

Angela SCHMITZ, Andreas EICHLER, Freiburg

Wie wollen Lehrkräfte Visualisierungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe einsetzen? Ein Fallvergleich.

„Ich mache am Anfang alles Mögliche, [...] die [Zeichnungen] dienen nur zur Einführung eines Themas“ (Herr A, Mathematiklehrer an einer Gesamtschule). „Beim Einführen aller Rechenmethoden nehme ich irgendeine Form der Visualisierung. Aber bei vielen Methoden, da war es das dann halt auch schon“ (Frau C, Mathematiklehrerin an einem Gymnasium).

Beide Lehrkräfte, gefragt nach ihrem Einsatz von Visualisierung im Mathematikunterricht, setzen diese zur Einführung in die Bruchrechnung ein. Im weiteren Unterrichtsverlauf scheint Visualisieren für sie jedoch kaum eine Rolle zu spielen. Es ist fraglich, ob beide die gleiche Sichtweise vertreten, wie es auf den ersten Blick erscheinen mag. Dazu mehr in diesem Beitrag. Welche weiteren, möglicherweise typischen Überzeugungen bei Lehrkräften zum Einsatz von Visualisierung im Mathematikunterricht (re)konstruiert werden können, ist Gegenstand des übergeordneten Forschungsprojektes, aus dem diese Interviewauszüge stammen.

Theoretischer Hintergrund und Fragestellung

Der Begriff „Visualisierung“ umfasst nach Arcavi (2003) „[...] the ability, the process and the product of creation, interpretation, use of and reflection upon pictures, images, diagrams, in our minds, on paper or with technological tools, with the purpose of depicting and communicating information, thinking about and developing previously unknown ideas and advancing understandings.“

Visualisierung hat für das Lernen von Mathematik hohe Bedeutung (Presmeg, 2006). Flexibilität im Repräsentationswechsel gilt als wesentlich für mathematisches Verstehen (Duval, 2006). Der flexible Einsatz von Visualisierungen ist bedeutsam beim Lösen mathematischer Probleme (Heinze et al., 2009). Von Lehrkräften wird erwartet, Visualisierung hohen Stellenwert im Unterricht beizumessen (David & Tomaz, 2012).

Andererseits sind im Umgang mit Visualisierung vielfältige Schwierigkeiten bekannt. Diese werden nach Arcavi (2003) eingeteilt in kulturelle, kognitive und soziologische Schwierigkeiten. So gibt es kontroverse Überzeugungen, inwiefern Visualisierungen in der Mathematik ein legitimes Mittel ist (kulturell). Für Lernende ist es schwierig, zwischen verschiedenen Darstellungsformen zu wechseln (kognitiv, siehe auch Ainsworth 1999). Bei

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1083–1086). Münster: WTM-Verlag

Mathematiklehrerinnen und -lehrern sind Visualisierer möglicherweise unterrepräsentiert (soziologisch).

Wie sich der Einsatz von Visualisierungen im Unterricht gestaltet und welche Kriterien für Lehrpersonen handlungsleitend sind, ist wenig untersucht (Presmeg, 2006). Dies führt zur übergeordneten Fragestellung: Wie wollen Lehrkräfte Visualisierungen im Mathematikunterricht einsetzen?

Diese Frage soll im Kontext der Belief-Forschung untersucht werden. Beliefs als Überzeugungen werden hier verstanden als „psychologically held understandings, premises, or propositions about the world that are thought to be true“ (Philipp, 2007, S. 259). Sie sind eher kognitiv und graduell und werden abgegrenzt zu Wissen einerseits sowie affektiven Haltungen andererseits. Beliefs gelten als Disposition für Handlungen, die sich auf die Unterrichtspraxis auswirken (Philipp, 2007).

Methode

Die Frage, wie Lehrkräfte Visualisierung im Mathematikunterricht einsetzen wollen, wird für Bruchrechnung, Algebra, Funktionen und Analysis, also für alle Altersstufen der Sekundarstufe untersucht.

Im Rahmen einer qualitativen Studie, aus der auch die Eingangszitate stammen, wurden mit Lehrkräften der Sekundarstufe I und II halbstrukturierte Interviews von etwa drei Stunden geführt, in denen neben unterrichtsbezogenen auch übergreifende Themen behandelt wurden. So wurden die Lehrkräfte z.B. auch zu ihrem Bild von Mathematik befragt.

Die transkribierten Interviews wurden im Sinne der Grounded Theory (Glaser & Strauss, 1967) ausgewertet. Dabei wurden ähnliche Phänomene im permanenten Vergleich zu Kategorien höherer Ordnung verdichtet (offenes und axiales Kodieren), um umfassende theoretische Konzepte zu generieren. Parallel zur Auswertung der Daten aus den Interviews werden weitere Lehrkräfte ausgewählt im Sinne eines „theoretical sampling“ (Glaser & Strauss, 1967). Dieses zielt auf möglichst kontrastierende Fälle (z.B. Ausbildungsweg, Schulform, Altersstufe), um „theoretische Sättigung“ zu erreichen.

Erste Ergebnisse

Im Rahmen der Analyse haben sich derzeit sechs Kategorien herausgebildet, die die Rolle der Visualisierung aus Sicht von Lehrkräften beschreiben. Dieser Beitrag stellt anhand des Fallvergleichs von Herrn A und Frau C zu verschiedenen Zeitpunkten Ausprägungen für die Kategorie „Visualisierung zur Einführung eines mathematischen Themas“ dar. Diese werden mit

der Bedeutung, die die Visualisierungsart „Zeichnen“ für beide Lehrkräfte hat, in Beziehung gesetzt.

a) Ausprägungen der Kategorie „Visualisierung zur Einführung eines mathematischen Themas“

Bei Einführung der Bruchrechnung setzen beide Lehrkräfte zahlreiche Visualisierungen ein. Diese dienen der Entwicklung der Bruchvorstellung(en) sowie zur Einführung fast aller Rechenoperationen. Im Gegensatz dazu nutzen beide Lehrkräfte Visualisierung im weiteren Unterrichtsverlauf kaum (siehe Zitate zu Beginn des Beitrags). Trotz dieser Gemeinsamkeiten zeigt der tiefere Vergleich, dass dem Handeln beider Lehrkräfte eher verschiedene Überzeugungen zur Rolle der Visualisierung zu Grunde liegen:

Aus Sicht von Herrn A kann man mit Visualisierung bei allen Themen der Bruchrechnung ein *symbolisches Vorgehen herleiten*: Dies wird in Einzelthemen von Bruchvorstellung bis Division „Bruch durch ganze Zahl“ deutlich. Er fasst selbst zusammen, „dass sie [die Schüler] natürlich wissen, wie und warum [man rechnet], aber dass sie das, schon erst mal, dann schematisch machen können.“ Visualisierung dient dabei zur Unterstützung einer *inhaltlichen Legitimation*, um danach Algorithmen anwenden zu dürfen. Diese Bedeutung der Visualisierung findet bei Herrn A auch in der Algebra Anwendung.

Für Frau C sind zwei weitere Rollen der Visualisierung von Bedeutung: Sie setzt Visualisierungen ein, weil dies der von ihr wahrgenommenen *Norm* entspricht: „Ich habe das mehr aus dem Anspruch heraus gemacht, dass ich das halt eben einmal gelernt habe, dass man immer schön visualisieren soll.“ Außerdem ist Visualisierung für sie wichtig als spätere *Erinnerungshilfe* in Form eines abrufbaren Grundgerüsts. Auch bei ihr finden sich diese Sichtweisen in der Algebra wieder.

b) Bedeutung der Visualisierungsart „Zeichnen“

Dem Unterricht beider Lehrkräfte ist gemeinsam, dass ihre Schülerinnen und Schüler wenige Zeichnungen erstellen sollen. Denn dies dauere *lange* und *trage im Verhältnis zum Zeitaufwand wenig zum Lernen bei*. Bezüglich eigener Zeichnungen im Unterricht unterscheiden sich die beiden Lehrkräfte jedoch deutlich. Herrn A ist wichtig, dass seine Zeichnungen sehr *genau* sind und Strukturen *Schritt für Schritt* entstehen. Für Frau C ist wichtig, zwischendurch *schnell* zur Erläuterung eine *Skizze* zeichnen zu können.

Damit stützt die Rolle des Zeichnens die jeweilige Interpretation zur Rolle der Visualisierung bei der Einführung eines Themas. Bei Herrn A unterstützt das schrittweise genaue Zeichnen das Nachvollziehen von Einzel-

schritten und inhaltlichen Strukturen im Rahmen der Herleitung. Für Frau C ermöglichen Skizzen, einen Inhalt später abzurufen.

Zusammenfassung und Ausblick

Obwohl beiden Lehrkräften gemeinsam ist, dass sie Visualisierung im Rahmen der Einführung häufig einsetzen und im weiteren Verlauf wenig nutzen, lassen sich bei genauerem Blick unterschiedliche Überzeugungen zum Einsatz von Visualisierung im Mathematikunterricht (re)konstruieren. Bei beiden stützt die Rolle des Zeichnens diese Interpretation.

Ziel ist, über diese Fälle hinaus das Spektrum der Sichtweisen auf den Einsatz von Visualisierung im Mathematikunterricht umfassend darstellen zu können. Auf dieser Grundlage sollen dann auch Häufigkeiten zum Vorkommen der Sichtweisen erfasst werden. Es wird sich zeigen, ob sich auf Basis der Analyse abschließend Profile oder Typen bilden lassen.

Literatur

- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33 (2-3), 131–152.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), 215–241.
- David, M. M. & Tomaz, V. S. (2012). The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics*, 80 (3), 413–431.
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 103–131.
- Glaser, B. G. & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Chicago: Aldine.
- Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM - The International Journal of Mathematics Education*, 41 (5), 535–540.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affects. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (S. 257–315). Charlotte (NC): Information Age Publishing.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from Psychology. In A. Gutiérrez & P. Boero (Hrsg.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future* (S. 205–235). Rotterdam: Sense Publishers.