

Evelyn SÜSS-STEPANCIK, Baden

Vertikale Vernetzung über Zahldarstellungen

Vertikale Vernetzung – also die Vernetzung von schon länger zurückliegenden Lerninhalten mit neuen – scheint sowohl hinsichtlich fachsystematischer als auch kognitiver Betrachtungen ein probates Mittel für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen im Sinne eines Spiralcurriculums (vgl. Brinkmann & Siller 2012). Eine besonders naheliegende Möglichkeit, solch eine vertikale Vernetzung von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II umzusetzen, kann das Arbeiten mit Darstellungen sein. Darstellungen haben ja in fast allen Inhaltsbereichen der Schulmathematik große Bedeutung und sie sind oft eine wesentliche Komponente in Begriffsbildungsprozessen. Beim Arbeiten mit Darstellungsformen können enaktive Darstellungsformen (Handlungen), ikonische Darstellungsformen (bildhafte, geometrische) symbolische Darstellungsformen (Zeichen) und sprachliche Darstellungsformen (Worte) zum Einsatz kommen. Besonderes Augenmerk verdienen in diesem Zusammenhang die Zahldarstellungen. Sie begleiten die Schüler/innen von der 1. bis 12. Jahrgangsstufe und sind einer ständigen Erweiterung unterworfen. Auf sie wird aber auch in den Bildungsstandards für Mathematik genauer eingegangen.

In den österreichischen Bildungsstandards Mathematik für die 4. Jahrgangsstufe wird bei den inhaltlichen mathematischen Kompetenzen das Arbeiten mit Zahlen und explizit auch das Darstellen von Zahlen angeführt (vgl. bifie 2011a). In den österreichischen Bildungsstandards Mathematik für die 8. Jahrgangsstufe wird auch wieder auf inhaltlicher Ebene von Zahldarstellungen gesprochen. Im Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“ werden unter anderem die Bruch- und Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen angeführt (vgl. bifie 2011b). Bei der österreichischen standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik werden die Zahldarstellungen nicht mehr explizit genannt, es heißt dort „Wissen über die Zahlenmengen N , Z , Q , R , C verständlich einsetzen können“ (bifie 2013). Durchforstet man nun die exemplarischen Aufgabenstellungen zu den Bildungsstandards und der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung, dann zeigt sich, dass eine vertikale Vernetzung der Zahldarstellungen höchst erstrebenswert ist.

1. Stellen(wert)tafel

Die Stellen(wert)tafel ist beispielsweise eine ganz typische Darstellungsform für Zahlen in der Primarstufe. Von den Kindern wird hier zumeist das Übertragen einer ikonischen Zahldarstellung in eine symbolische Zahldarstellung gefordert. Die Darstellung einer Zahl in der Stellen(wert)tafel

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1195–1197). Münster: WTM-Verlag

scheint über die Jahre verloren zu gehen. Doch wenn in der 9. Jahrgangsstufe die Zehnerpotenzen und die Gleitkommadarstellung von sehr großen und kleinen Zahlen am Lernplan steht, dann wird wieder mit ähnlichen Darstellungsformen gearbeitet. Die Stellen(wert)tafel wird also nach der Primarstufe noch einmal in der Sekundarstufe 2 aufgegriffen und benötigt.

2. Zahlengerade

Die Zahlengerade ist wohl *die* Darstellungsform, die die Lernenden kontinuierlich im Verlauf ihres Mathematikunterrichts begleitet. Sie wird in der Primarstufe – dort beschränkt auf natürliche und positive rationale Zahlen – eingeführt und danach fortwährend verwendet. Mit der Zahlengeraden wird dann aber auch in der Sekundarstufe 1 ganz intensiv gearbeitet und die Menge der reellen Zahlen erarbeitet. Während der Primarstufe und der Sekundarstufe 1 müssen zumeist ikonisch dargestellte Zahlen richtig abgelesen oder umgekehrt symbolisch vorgegebene Zahlen auf der Zahlengeraden dargestellt werden. Häufig werden sogar irrationale Zahlen in der 8. Jahrgangsstufe auf der Zahlengeraden dargestellt und die Beziehungen der Zahlenmengen N , Z , Q und R sind ohnehin wichtiger Bestandteil in diesem voranschreitenden Begriffsbildungsprozess.

3. Balken und Säulen

Eine weitere Zahldarstellung, die sich erst vor einigen Jahren in der Primarstufe etabliert hat, ist die Darstellung einer Zahl in Form eines Balken bzw. einer Säule. Diese Darstellungsart bereitet wichtige statistische Darstellung vor und wird dann in der Sekundarstufe 1 und Sekundarstufe 2 auch ausgiebig genutzt.

4. Flächen und Strecken

Zu guter Letzt werden in der Primarstufe mit der Einführung der Bruchzahlen (vorwiegend auf Stammbrüche beschränkt) weitere Darstellungsform – nämlich Flächen und Strecken – eingeführt und extensiv genutzt. Das Augenmerk liegt hier auf dem Wechsel zwischen ikonischer und symbolischer Darstellung einer Bruchzahl. In der Sekundarstufe 1 kommt dann noch der Darstellungswechsel zwischen der Dezimaldarstellung, der Bruchdarstellung und der Prozentschreibe hinzu.

5. Fazit

Zahldarstellungen begleiten die Lernenden in ihrem Mathematikunterricht von Anbeginn. Beim Arbeiten mit diesen unterschiedlichen Darstellungen müssen Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine andere Repräsentation vorgenommen werden und geeignete Repräsentationen

erstellt, ausgewählt und genutzt werden. Die oben genannten vier Darstellungsformen werden bereits in der Primarstufe genutzt und kommen im weiteren Verlauf des Mathematikunterrichts immer wieder – auch im Zusammenhang mit anderen Inhaltsbereichen – zum Einsatz. Dabei erfolgt vor allem in der Sekundarstufe 2 eine Loslösung von den ikonischen Darstellungsformen und der Wechsel zwischen verbaler und symbolischer Darstellung tritt in den Vordergrund. Im Zusammenhang mit den verbalen Darstellungen ist es daher unabdingbar, dass die Schüler/innen die Eigenschaften natürlicher, ganzer, rationaler, irrationaler, reeller und komplexer Zahlen kennen und angeben können. Eine weitere spannende Vernetzungsmöglichkeit zeigen uns die komplexen Zahlen auf – sie werden im österreichischen Lehrplan der 11. Jahrgangsstufe thematisiert. Zur Darstellung komplexer Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene sind Kenntnisse der Vektorrechnungen gefordert. Insgesamt also zeigt sich, dass Zahldarstellungen viele Möglichkeiten zur vertikalen Vernetzung eröffnen, sie müssen nur noch ergriffen werden!

Literatur

Brinkmann, A., Siller, H.-S. (2012): *Vertikale Vernetzung über außermathematische Anwendungskontexte*. In: (Hrsg.) Brandl, M., Brinkmann, A., Maaß, J., Siller, H.-S. *Mathe vernetzt – Anregungen für einen vernetzenden Mathematikunterricht*

