

Sabrina TRANSCHEL, Dortmund

Entwicklung und Erforschung multiplikativer Aufgabenformate für den Gemeinsamen Unterricht

Für ein Multiplikationsverständnis sind die Vorstellung der Zusammensetzung von Einheiten sowie der Umgang mit und die Übersetzungsprozesse zwischen verschiedenen Darstellungen zentral. Zudem kommt der impliziten Verwendung von Rechengesetzen beim Herstellen von Relationen zwischen Aufgaben - mit anderen Worten beim Erkennen und Nutzen von multiplikativen Strukturen - eine besondere Bedeutung zu.

Aus Studien zu Vorgehensweisen von Grundschulkindern ist bekannt, dass die Kinder zum Multiplizieren bereits Vorerfahrungen mitbringen, um kontextgebundene Aufgaben vor der eigentlichen Behandlung im Unterricht erfolgreich zu bearbeiten (vgl. Selzer 1994; Bönig 1995) und beim Lösen von Aufgaben auf verschiedene Zähl- und Rechenstrategien zurückgreifen (vgl. Gasteiger & Paluka-Graham 2013). Zur Entwicklung des multiplikativen Verständnisses von lernschwächeren Kindern liegen kaum Hinweise vor, wie diese verläuft und welche stofflichen Hürden sich dabei ergeben können. Zudem fehlen Konzeptionen zur Behandlung der Multiplikation für den Gemeinsamen Unterricht. Von besonderer Bedeutung sind fördernde Anregungen, die auf vielfältige Fokussierungen multiplikativer Strukturen abzielen und so ein gemeinsames Mathematiklernen von Kindern mit und ohne sonderpädagogischem Förderbedarf im Gemeinsamen Unterricht ermöglichen.

1. Forschungskontext: Fachdidaktische Entwicklungsforschung

Dieses Forschungsanliegen wird im Rahmen des Forschungsprogramms der fachdidaktischen Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell des Forschungs- und Nachwuchskollegs FUNKEN realisiert (vgl. Prediger et al. 2012), bei der die Entwicklung von Lehr-Lernarrangements für den Unterrichtseinsatz und für die Erforschung von Lernprozessen zur Ableitung gegenstandsspezifischer lokaler Theorien innerhalb eines Forschungsprojektes miteinander vernetzt sind. Für die Entwicklung dieses Arrangements ist zunächst eine Analyse des Lerngegenstandes erforderlich.

2. Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes

Wesentlich für multiplikative Vorstellungen ist das Verständnis der Multiplikation als Vereinigung von Mengen gleicher Mächtigkeit, also die Auffassung der Multiplikation als eine wiederholte Addition gleicher Summanden. Diese scheint - besonders für lernschwächere Kinder - ein Zugang

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1231–1234). Münster: WTM-Verlag

zur Multiplikation darzustellen, da Kinder vor der Behandlung der Multiplikation bereits sukzessive addieren, wenn sie kontextgebundene Aufgaben lösen (vgl. Selter 1994; Bönig 1995). Jedoch sollte sich die Interpretation der Multiplikation aus fachdidaktischer Sicht nicht ausschließlich auf die wiederholte Addition beschränken, sondern auch den Umgang mit zusammengesetzten Einheiten beinhalten (vgl. Killion & Steffe 1989, 35). Dafür ist das Verständnis einer konkreten Zahl als Menge (z. B. Vierer) und nicht nur als (vier) einzelne Dinge entscheidend. Dieses Verständnis „erlaubt es, zu halbieren, zu verdoppeln und von Stützpunkten ausgehend zu addieren bzw. zu subtrahieren“ (Selter 1994, 80) (z. B. 5 Vierer + 1 Vierer = 6 Vierer) und so Aufgaben aus Kernaufgaben abzuleiten. Das Erkennen und Nutzen derartiger struktureller Beziehungen ist ein zentrales Ziel beim Lernen des Einmaleins, das für alle Kinder im inklusiven Mathematikunterricht mit unterschiedlichen Ausprägungen gilt.

Ein umfassendes multiplikatives Verständnis beinhaltet zudem den Umgang mit verschiedenen Darstellungen und die damit verbundenen Übersetzungsprozesse. Entscheidend dabei ist, dass die Kinder die Relation - die Beziehungen zwischen den Zahlen - transferieren, also die Anzahl der Einheiten und die Elemente einer Einheit berücksichtigen (vgl. Kuhnke 2013, 50). Insbesondere Rückübersetzungen aus der symbolischen in die enaktive oder ikonische Ebene sollten thematisiert werden, da bekannt ist, dass auch leistungsstärkere Kinder hier Probleme haben (vgl. Bönig 1995).

3. Entwicklung des Designs in Form eines Lehr-Lernarrangements

Aus den Analysen des Lerngegenstandes lassen sich folgende drei Design-Prinzipien ableiten, die die Design-Entwicklung prägen: 1. Nutzung eines strukturorientierten Zugangs, 2. Einsatz verschiedener Darstellungen, 3. Konstruktion kooperativer Lernsituationen. Das Lehr-Lernarrangement wurde für Kinder der 3. Klasse im 1. Halbjahr entwickelt, ist speziell für die Zusammenarbeit in heterogenen Paaren ausgelegt und beinhaltet drei Aufgabenformate mit jeweils unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen im Umfang von acht Sitzungen.



Legt mit den Punktstreifen die Zahl 20. Schreibt passende Rechenaufgaben dazu auf.

Vergleicht eure gelegten Punktstreifenbilder. Was fällt euch auf? Sortiert die Bilder und Aufgaben.



20

Meine Aufgabe:

Aufgabenbeispiel aus dem Aufgabenformat 1 (1. Sitzung)

Anhand des obigen Aufgabenbeispiels (vgl. Transchel, Häsel-Weide & Nührenbörger 2013) sollen die drei Design-Prinzipien im Folgenden konkretisiert werden:

Design-Prinzip 1: Strukturorientierter Zugang

Die aus den Punktstreifen zusammengesetzten Punktstreifenbilder lassen sich auf verschiedene Weise arithmetisch interpretieren, wodurch die Möglichkeit besteht, unterschiedliche strukturelle Beziehungen zwischen den Aufgaben in den Blick zu nehmen. Dadurch, dass sich die Punktstreifenbilder auf additive Weise deuten lassen, können sie eine Grundlage für die Einsicht in die Multiplikation als wiederholte Addition bieten. Eine weitere Deutung der Bilder kann auch in Form von zusammengesetzten Einheiten vorgenommen werden beispielsweise in der Form, dass fünf Vierer zu zehn Zweiern uminterpretiert werden. Die verschiedenen Punktstreifenarten (2er-10er-Streifen), die die zusammengesetzten Einheiten repräsentieren, können somit dazu beitragen, den Umgang mit Einheiten zu fördern.

Design-Prinzip 2: Einsatz verschiedener Darstellungen

Bei dem Aufgabenbeispiel stehen die enaktive und symbolische Ebene im Fokus. Der Darstellungswechsel findet von der enaktiven auf die symbolische Ebene statt, wenn die Kinder zunächst (probierend) ein Punktstreifenbild zur vorgegebenen Zielzahl finden und anschließend die Aufgabe notieren. Finden sie zuerst die Aufgabe und legen dann das zugehörige Punktstreifenbild wird ein Wechsel von der symbolischen auf die enaktive Ebene vorgenommen. Zudem werden beide Darstellungen gemeinsam betrachtet, wenn die Kinder die gelegten Punktstreifenbilder mit den passenden Aufgaben sortieren.

Design-Prinzip 3: Konstruktion kooperativer Lernsituationen

Das Kooperationsmodell „Weggabelung“ (vgl. Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich 2013) bietet eine Möglichkeit Lernsituationen zu gestalten und ein gemeinsames Lernen auch zwischen den Kindern mit unterschiedlichen Kompetenzen anzuregen. Jedes Kind arbeitet dabei zunächst an einer Aufgabenstellung für sich allein; anschließend erfolgt eine gemeinsame Phase des Arbeitens, bei der die Kinder sich z. B. über Gemeinsamkeiten und Unterschiede ihrer Aufgaben austauschen oder eine weiterführende Aufgabenstellung zusammen bearbeiten. Voraussetzung dafür ist, dass das eingesetzte Material für das Arbeiten auf unterschiedlichen Niveaus aufeinander bezogen ist. In diesem Beispiel wird dies durch vielfältige Lösungswege in Bezug auf die Gestaltung und Deutung der Punktstreifenbilder als additive oder multiplikative Zerlegungen ermöglicht.

4. Durchführung und Auswertung der Design-Experimente

Die Erprobung erfolgte durch die Durchführung von Design-Experimenten in Form von Partnerinterviews mit insgesamt 16 Kinderpaaren aus fünf verschiedenen Grundschulen in NRW innerhalb von drei Zyklen, um so schrittweise Einsichten zu gewinnen, einerseits zur Optimierung des Lehr-Lernarrangements andererseits zur Erforschung des multiplikativen Verständnisses sowie möglicher Hürden im Lernprozess. Die Auswahl der heterogenen Paare wurde durch die Einschätzungen der jeweiligen Klassenlehrerin vorgenommen und beinhaltete, dass stets ein Kind mit sonderpädagogischem Förderbedarf im Lernen und ein Regelschulkind mit durchschnittlichen Mathematikleistungen zusammenarbeiteten. Im Gegensatz zum Kind mit Förderbedarf, welches bisher nur erste Erfahrungen mit der Multiplikation sammeln konnte, hatte das Regelschulkind das gesamte kleine Einmaleins bereits im 2. Schuljahr behandelt.

Erste Ergebnisse bekräftigen, dass strukturelle Beziehungen auf additiver Ebene Potential für den Aufbau eines strukturellen multiplikativen Verständnisses bieten. Die wiederholte Addition kann die Gesprächsbasis für ein gemeinsames Mathematiklernen von Kindern mit und ohne sonderpädagogischem Förderbedarf bilden, die zum einen zum Aufbau eines multiplikativen Verständnisses und zum anderen zur Vertiefung von multiplikativen Einsichten beitragen kann. Im Rahmen des Forschungsprojekts erfolgen tiefergehende Analysen, um diese erste Einschätzung zu untermauern.

Literatur

- Bönig, D. (1995): *Multiplikation und Division*. Münster: Waxmann.
- Gasteiger, H. & Paluka-Graham, S. (2013). Strategieverwendung bei Einmaleinsaufgaben - Ergebnisse einer explorativen Interviewstudie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 1–20.
- Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E., & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen*. Seelze: Kallmeyer.
- Killion, K. & Steffe, L. P. (1989). Children's Multiplication. *Arithmetic Teacher*, 37(1), 34–36.
- Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen. *Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Unterricht*, 65(8), 452–457.
- Selter, Ch. (1994). *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Transchel, S., Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2013). Zahlen treffen!: Kooperation und Kommunikation im Gemeinsamen Mathematikunterricht. *Mathematik differenziert. Zeitschrift für die Grundschule*, 4(2), 22–26.