

Simon WEIXLER, Stefan UFER, München

Sample size neglect – Effekte von Aufgabenmerkmalen

Bei Sample-size-neglect-Problemen wie „The likelihood of getting heads at least twice when tossing three coins is smaller than / equal to / greater than the likelihood of getting heads at least 200 times out of 300 times” (Fischbein und Schnarch 1997, S. 99) werden oftmals recht unterschiedliche Lösungsraten berichtet (vgl. hierzu Rubel 2009; Kustos 2010). In einer Studie mit 242 Studierenden des Lehramts wurde der Einfluss der *relativen Trefferhäufigkeit*, des *Unterschieds in der Anzahl an Versuchen* sowie des *Problemkontexts* systematisch untersucht.

1. Theoretischer Hintergrund

Lem et al. (2011, S. 132f.) vermuten, dass bei Sample-size-neglect-Problemen verschiedene Aufgabenmerkmale, u. a. die *relative Trefferhäufigkeit*, der *Unterschied in der Anzahl an Versuchen* und der *Problemkontext*, einen Einfluss auf die Lösungsrate haben.

In der Studie von Bar-Hillel (1982) ging mit einer Erhöhung der relativen Trefferhäufigkeit von 60% auf 70%, 80% und 100% in Kahneman und Tverskys (1972) *Hospital Problem* eine Erhöhung der Lösungsrate einher. Murray et al. (1987) fanden, dass eine Vergrößerung des Unterschieds in der Anzahl an Versuchen von 15 vs. 45 auf 5 vs. 50 und 5 vs. 1000 mit einer marginalen Erhöhung der Lösungsrate einher ging.

Ob der Problemkontext einen Einfluss auf die Lösungsrate hat, ist bei Sample-size-neglect-Problemen bisher nicht untersucht (Lem et al. 2011).

2. Fragestellungen

Bezogen auf die von Lem et al. (2011) aufgeführten Aufgabenmerkmale wurde untersucht, ob die systematische Variation folgender Aufgabenmerkmale die Lösungsrate von Sample-size-neglect-Problemen beeinflusst:

- relative Trefferhäufigkeit
- Unterschied in der Anzahl an Versuchen
- Problemkontext

Zusätzlich wurde untersucht, ob die Lösungsrate von der Art der Repräsentation problemrelevanter Informationen beeinflusst wird.

3. Methode und Design

242 Studierende (108 männlich; 134 weiblich) des Lehramts Mathematik an Realschulen bzw. Gymnasien an der LMU München (Alter in Jahren:

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1299–1302).
Münster: WTM-Verlag

M = 21,3; SD = 3,1; Spannweite 17-41; Semesteranzahl: M = 2,6; SD = 2,2; Spannweite 1-11) bearbeiteten u. a. 16 Aufgaben (vgl. Abb. 1 und 2), die in den Merkmalen *relative Trefferhäufigkeit* (70% bzw. 90% bzw. 100%), *Unterschied in der Anzahl an Versuchen* (10 vs. 100 bzw. 10 vs. 1000) und *Problemkontext* (Münzwürfe bzw. Geburten) variierten. Bei Aufgaben mit relativer Trefferhäufigkeit 100% variierte zudem die *Art der Repräsentation der Trefferhäufigkeit* (als Zahl, z. B. „10-mal“, bzw. Wort, „jedes Mal“). Die Aufgabenreihenfolge wurde randomisiert.

Abb. 1 und 2 zeigen exemplarisch zwei Aufgaben mit relativer Trefferhäufigkeit 70%, 10 vs. 100 Versuchen sowie den unterschiedlichen Problemkontexten *Münzwürfe* bzw. *Geburten*.

Kreuzen Sie die korrekte Antwort an.



Aufgabe:

In den Trevi-Brunnen werden immer wieder Münzen geworfen.
Dass bei 10 Würfeln mindestens 7-mal die Zahlseite oben liegt

- ist wahrscheinlicher als
- ist gleich wahrscheinlich wie
- ist weniger wahrscheinlich als

dass bei 100 Würfeln mindestens 70-mal die Zahlseite oben liegt.

Abb. 1: Problemkontext *Münzwürfe*

Kreuzen Sie die korrekte Antwort an.



Aufgabe:

In der Uni-Klinik werden immer wieder Kinder geboren.
Dass bei 10 Geburten mindestens 7-mal ein Junge zur Welt kommt

- ist wahrscheinlicher als
- ist gleich wahrscheinlich wie
- ist weniger wahrscheinlich als

dass bei 100 Geburten mindestens 70-mal ein Junge zur Welt kommt.

Abb. 2: Problemkontext *Geburten*

Bei der Auswertung wurde jede richtig gelöste Aufgabe mit Score 1, jede falsch gelöste Aufgabe mit Score 0 bewertet.

4. Erste Ergebnisse

Der Vergleich sich entsprechender Aufgaben (s. Abb. 3) deutet darauf hin, dass sowohl die Variation der *relativen Trefferhäufigkeit* als auch die Variation der *Art der Repräsentation der Trefferhäufigkeit* einen Einfluss auf die Lösungsrate hat. Interessant ist, dass sich kaum ein Unterschied zwischen Aufgaben mit den relativen Trefferhäufigkeiten 70% und 90% zeigt, Aufgaben mit der relativen Trefferhäufigkeit 100% jedoch deutlich zuverlässiger korrekt bearbeitet werden. Bei Aufgaben mit relativer Trefferhäufigkeit 100% geht mit der Repräsentation der Trefferhäufigkeit als Wort eine höhere Lösungsrate einher als mit der Repräsentation als Zahl.

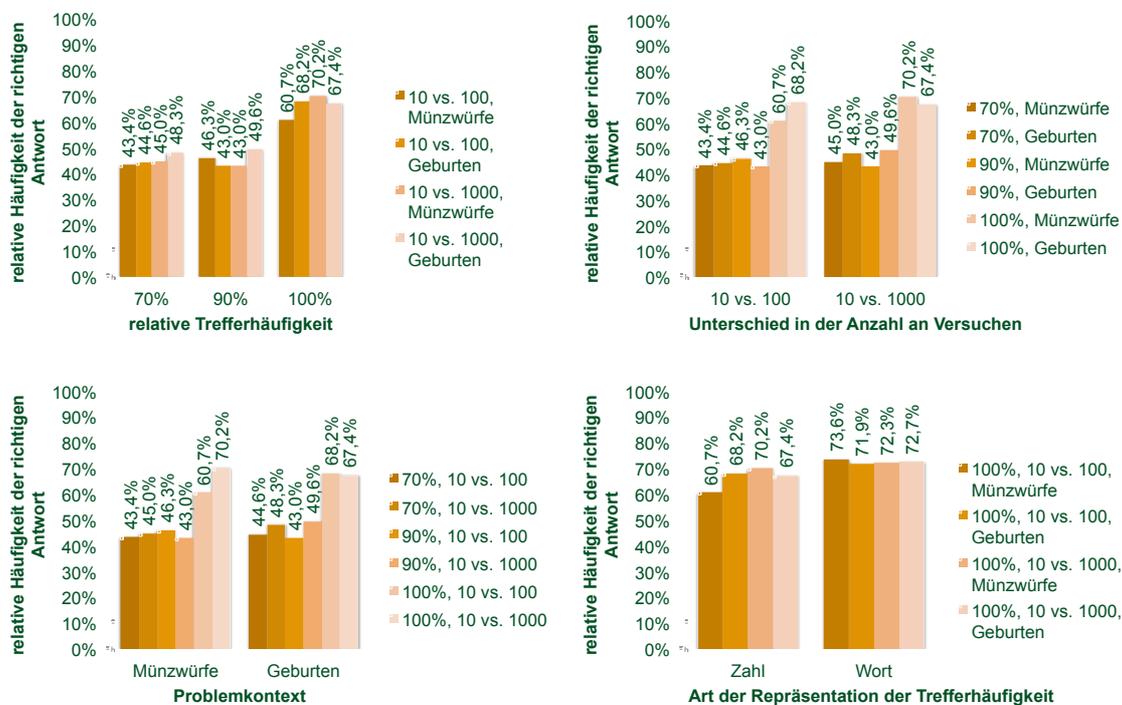


Abb. 3: Lösungsraten

Erst der Vergleich der Mittelwerte der Summenscores, die von den Probanden bei zusammengehörenden Aufgaben (z. B. gleicher Unterschied in der Anzahl an Versuchen) erreicht wurden, deutet darauf hin, dass auch ein größerer *Unterschied in der Anzahl an Versuchen* mit einer höheren Lösungsrate einhergeht (10 vs. 100 Versuche: $M = 3,06$; $SEM = 0,14$; 10 vs. 1000 Versuche: $M = 3,24$; $SEM = 0,14$). Die Variation des *Problemkontexts* scheint dagegen kaum einen Einfluss auf die Lösungsrate zu haben (Münzwürfe: $M = 3,09$; $SEM = 0,14$; Geburten: $M = 3,21$; $SEM = 0,14$).

5. Diskussion

Die Ergebnisse einer systematischen Variation von Aufgabenmerkmalen deuten an, dass eine Erhöhung der *relativen Trefferhäufigkeit* von 70% bzw. 90% auf 100% und eine Vergrößerung des *Unterschieds in der Anzahl an Versuchen* von 10 vs. 100 auf 10 vs. 1000 jeweils mit einer höheren Lösungsrate einhergeht. Dies deckt sich im Wesentlichen mit der Vermutung von Lem et al. (2011) sowie den Befunden von Bar-Hillel (1982) und Murray et al. (1987). Zwischen Aufgaben mit den relativen Trefferhäufigkeiten 70% und 90% zeigt sich kaum ein Unterschied in der Lösungsrate, während Aufgaben mit relativer Trefferhäufigkeit 100% deutlich einfacher fallen. Letztere können durch einfache intuitive Überlegungen gelöst werden (z. B. „Immer das gleiche Ergebnis zu erhalten ist bei einer kleinen Anzahl an Versuchen wahrscheinlicher als bei einer großen“). Auf eine Aktivierung solcher Strategien deutet auch die größere Lösungsrate hin, welche bei diesen Aufgaben mit der *Repräsentation der Trefferhäufigkeit* als Wort im Vergleich zur Repräsentation als Zahl einhergeht. Dass sich zwischen den beiden anderen Bedingungen kein Unterschied zeigt, deutet darauf hin, dass die hier verwendeten analytischen oder intuitiven Lösungsstrategien nicht von der relativen Trefferhäufigkeit abhängen. Der *Problemkontext* zeigte erwartungsgemäß keinen Einfluss auf die Lösungsrate.

Literatur

- Bar-Hillel, M. (1982). Studies of representativeness. In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (eds.), *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases* (pp. 69-83). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgement of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Kustos, P. N. (2010). Trends concerning four misconceptions in students' intuitively based probabilistic reasoning sourced in the heuristic of representativeness. Doctoral dissertation, University of Alabama.
- Lem, S., van Dooren, W., Gillard, E., & Verschaffel, L. (2011). Sample size neglect problems: A critical analysis. *Studia Psychologica*, 53(2), 123-135.
- Murray, J., Iding, M., Farris, H., & Revlin, R. (1987). Sample-size salience and statistical inference. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 25, 367-369.
- Rubel, L. H. (2009). Middle and high school students' thinking about effects of sample size: an in and out of school perspective. In S. L. Swars, D. W. Stinson, & S. Lemons-Smith (eds.), *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 636-643). Atlanta, GA: Georgia State University.