Miriam DIMARTINO, Saarbrücken

Strategiewechsel – Weg vom Zählen hin zum Denken

Die derzeit angebotenen Arbeits- und Veranschaulichungsmittel beeinflussen die kindlichen Rechenstrategien trotz ihrer Strukturierung nur mit mäßigem Erfolg. Viele Kinder verharren im zählenden Rechnen. Dies führt in Folge oftmals dazu, dass der Rechenlernprozess zunehmend gehemmt und behindert wird.

> *„Im Sinne der Förderung der mathematischen Lernprozesse der uns anvertrauten Kinder wäre es jedoch notwendig und hilfreich, wieder einmal intensiver über die Rolle von Materialien beim Mathematiklernen zu reflektieren.“*
> *(Wilhelm Schipper, 2003, S. 221)*

Um binnen kürzester Zeit Grundvorstellungen und Operationsverständnis als solides Fundament in den Köpfen der Kinder zu verankern, muss Mathematik auf einem strukturierten Arbeitsmaterial fußen.

1. Von der Sicht zur Einsicht

Im Bereich Zahlen und Operationen sollen laut KMK die Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstanden und gekonnt werden. Dabei sollen die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrscht, deren Umkehrungen sicher abgeleitet und die Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größere Zahlenräume übertragen werden. Auch sollen Strukturen und Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Mustern erkenn-, beschreib- und darstellbar sein (KMK, 2004).

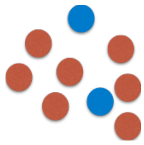
Es ist festzustellen, dass einem Großteil der Schülerschaft dies am Ende des ersten Schuljahres nicht gelingt. Sie bleiben bereits im ZR bis 10 entweder als Zähler oder mit gravierenden Defiziten zurück (Gaidoschik, 2010). Der Umstand des Zählens stellt für Kinder einerseits den natürlichen Zugang zu Zahlen und zum Rechnen dar, andererseits hemmt er den Aufbau mentaler Zahlvorstellungen. Um die Kinder bei der Ablösung zu unterstützen und den Strategiewechsel und den Rechenlernprozess nachhaltig zu fördern, ist geeignetes Arbeitsmaterial auszuwählen.

Radatz/Schipper/Dröge/Ebeling (1996) klassifizieren drei Arten von Arbeitsmitteln, die Handlungen erlauben. Unstrukturierte (lose) Arbeitsmaterialien (z. B. Wendeplättchen, Steckwürfel), strukturierte Arbeitsmaterialien (z. B. Rechenstäbe, Cuisenaire–Stäbe), sowie eine Mischform beider Typen (z. B. Rechenschiffe, Rechenrahmen, Rechenkette).

Im Folgenden werden mittels der Aufgabe „2+7 =__“ die Vorzüge und Unzulänglichkeiten der verschiedenen Materialien verdeutlicht.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 297–300). Münster: WTM-Verlag

Wendeplättchen sind durch ihre Strukturlosigkeit flexibel einsetzbar. Kleinere Anzahlen bis vier können dabei simultan erfasst und dargestellt, größere Mengen müssen indes abgezählt werden. Entsprechend muss hier sowohl der größere Summand als auch die Summe mittels Alles– oder Weiterzählen ermittelt werden. Daher sind Wendeplättchen als zentrales Arbeitsmittel im ZR ≤ 5 ungeeignet, denn der Umgang verfestigt das zählende Rechnen (Radatz/Schipper/Dröge/Ebeling, 1996).

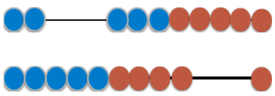


Wendeplättchen

Während die Kinder an unstrukturiertem Material ausschließlich mit Einzelelementen hantieren, arbeiten sie an strukturiertem Material mit Ganzheiten. Die Rechenstäbe ermöglichen den Kindern Mengen simultan und quasi–simultan (mittels „Kraft der Fünf" (Krauthausen, 1995)) zu erfassen und darzustellen. Dabei können die beiden Teilmengen „en bloc" erfasst und zusammengelegt werden. Als nachteilig erweist sich, dass die Summe auch hier mittels Alles– oder Weiterzählen ermittelt werden muss.

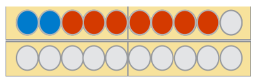
Rechenstäbe

Der Rechenrahmen und die Rechenkette besitzen durch die Zusammensetzung einzelner Perlen zu einer strukturierten Ganzheit den Vorteil, dass auch hier mittels „Kraft der Fünf" Anzahlen simultan und quasi–simultan erfasst und „en bloc" dargestellt werden können. Wie die obige Aufgabe zeigt, trifft dies im ZR 10 nicht immer zu. Bei Aufgaben, deren zweiter Summand größer als der erste Summand und deren Summe kleiner 9 ist, wird bereits durch simultane Erfassung und Darstellung der ersten Teilmenge die Fünferstruktur des Materials zerstört. Die größere Menge kann bei nicht automatisierter Zahlzerlegung nur durch Schieben der Einzelelemente, also zählend erfasst werden. Das sukzessive Schieben und Zählen der Einzelelemente lässt sich durch Anwendung der Tauschaufgabe (7+2) reduzieren. Die deutliche Fünferstruktur erlaubt einerseits die quasi–simultane Erfassung der Gesamtanzahl (5+4), andererseits zerstört sie die Struktur der Grundaufgabe (2+7).



Mischtyp: Rechenrahmen

Beim Handeln an Rechenschiffen können die Kinder mit Einzelelementen (Wendeplättchen) und Ganzheiten (Fünferschiffen) hantieren. Bei der Darstellung der Aufgabe „2+7=__" zeigen sich aber bekannte Unzulänglichkeiten. Nach Darstellung der kleineren Teilmenge (2), ist auch hier die Fünferstruktur zerstört. Hantieren die Kinder mit den Einzelelementen, kann die größere Teilmenge (7) nicht quasi–simultan erfasst werden, sodass die Kinder auf ein Zählkonzept zurückgreifen müssen. Die quasi–



Mischtyp: Rechenschiffe

simultane Erfassung der Menge (7) mittels Ganzheit und Einzelelementen hilft ihnen nur dann weiter, wenn der zweite Summand unter Bezugnahme der Zahlzerlegung (3+4) richtig zerlegt und dann in einem weiteren Schritt zur Teilmenge (2) ergänzt wird. Wird die Zerlegung nicht beherrscht, ist das Lösen der Aufgabe nur durch Weiterzählen möglich. Die Fünferstruktur erlaubt auch hier die quasi–simultane Erfassung der Gesamtanzahl. Dabei bleibt die Grundstruktur der Aufgabe (2+7) erhalten. Das sukzessive Hineinlegen der Einzelelemente lässt sich allerdings nicht durch Anwenden der Tauschaufgabe vermeiden.

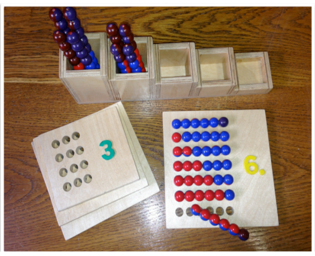
Nach der exemplarischen Materialanalyse muss festgestellt werden, dass die Kinder am Material zählen, um nicht handlungsunfähig zu werden. Durch den spezifischen Aufbau der unterschiedlichen Materialien ist einerseits zu unterscheiden, inwieweit das Zählen fokussiert wird, andererseits inwieweit die Kinder auf gefestigte Vorstellungen zurückgreifen müssen, um am Material nicht zählend handlungsfähig zu bleiben.

> *„Abzählen an konkreten oder vorgestellten Materialien verhindert auf Dauer die Entwicklung operativer Strategien. Deshalb werden strukturierte Materialien benötigt.“ (Wilhelm Schipper, 2011, S. 83)*

Durch Kombination der unterschiedlichen Vorzüge der Materialien wurden Wendestäbchen und Bezugsrahmen konzipiert, die den fachdidaktischen Forderungen und Überlegungen theoretisch Rechnung tragen könnten.

2. Strategiewechsel – Aufbau mentaler Vorstellungsbilder mit Wendestäbchen und Bezugsrahmen

Das Material betont wie bereits die Rechenstäbe den Kardinalzahlaspekt.



Dabei können kleinere Anzahlen bis vier simultan, größere Anzahlen zwischen 6 und 10 durch die deutliche Fünferstrukturierung mit farbig überschreitendem Rest (abgedunkelter Blau– bzw. Rotton) quasi–simultan erfasst werden. Zudem sind die Rechenstäbe (wie Wendeplättchen) durch ihre Wendigkeit charakterisiert. Operationen werden an einem farbig strukturierten Zwanzigerfeld durchgeführt. Hinsichtlich der Aufgabe „2+7=___“ lassen sich die Wendestäbe „en bloc“ erfassen und im Zwanzigerfeld positionieren. Die Gesamtanzahl ist dabei ebenfalls quasi–simultan erfassbar. Durch die Materialstruktur müssen die Kinder nicht durch sukzessives Hineinlegen von Einzelelementen auf Zählstrategien zurückgreifen. Dies führt zu einer Entlastung des Arbeitsgedächtnisses (vgl. cognitive load theory (Sweller/Chandler, 1991)). Zentrale Idee bei der Materialkonzeption war zudem die nicht zählende Handhabbarmachung der Zahlzerlegung. Dazu wurden Bezugsrahmen gefertigt, die den Zerlegungshäusern auf enaktiver Ebene entsprechen. Die Ergebniszahl wurde nicht als Dachzahl angeordnet, sondern, um den Transfer zur symbolischen Ebene zu erleichtern, rechtsseitig platziert. Mit dem Spiel „Plättchenwerfen" können die Kinder selbstständig alle Zerlegungen finden, legen und notieren. Aber auch bildlich oder symbolisch vorgegebene Muster können nachgelegt und notiert werden. Mit Hilfe des Materials können also Zerlegungen auf vielfältige Weise produktiv geübt und nicht zählend automatisiert werden.

Es ist anzunehmen, dass der Einsatz von Wendestäbchen und Bezugsrahmen die Kinder handlungsfähig macht und den Aufbau des mentalen, nicht zählenden und flexiblen Zahlverständnisses fördert. Somit wird der Rechenlernprozess nachhaltig unterstützt. Dabei ist das Material keine Zählhilfe, sondern echtes Lern– und Kommunikationsmittel (Wartha/Schulz, 2012), an dem sich Grundvorstellungen zur Zahl, zu Strategien und zu Operationen (Wartha/Schulz, 2012) sowie vielfältige individuelle Lösungswege für Rechenaufgaben entwickeln lassen (Radatz/Schipper/Dröge/Ebeling, 1996). Ein Rückgriff und Umlernen auf andere Materialien ist nicht nötig (Radatz/Schipper/Dröge/Ebeling, 1996), denn es kann durch strukturgleiche Fortsetzung – auch hinsichtlich des Übertrags auf den Inhalt der Multiplikation – im ZR 100 genutzt werden.

Literatur

Chandler, P. & Sweller J. (1991). Cognitive Load Theory and the Format of Instruction. Cognition and Instruction, S. 293-332.

Gaidoschik, M. (2010). Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres. Dissertation. http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18_8302038.pdf [01.03.2014]

Kultusministerkonferenz (2004). Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. Luchterhand.

Krauthausen, G. (1995). Die „Kraft der Fünf" und das denkende Rechnen. In: Müller, G. & Wittmann, E. Ch. (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband – e.V. Frankfurt am Main, S. 87-108.

Schipper, W. (2003). Lernen mit Material im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Baum, M. / Wielpütz, H. (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, S. 221-237.

Schipper, W. (2011). Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösung- und als Lernhilfe. In: Steinweg, A. S. (Hrsg.): Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM. Bamberg, S.71-85.

Radatz, H. /Schipper, W./Dröge, R. & Ebeling A. (1996). Handbuch für den Mathematikunterricht - 1. Schuljahr. Hannover. Schroedel.

Wartha, S., Schulz, A. (2012). Rechenproblemen vorbeugen. Berlin: Cornelsen.