

Wolfgang BOCK, Martin BRACKE, Kaiserslautern

Erfahrungen mit mathematischer Modellierung in der Hochschulausbildung

Auf lange Sicht ist es von größter Bedeutung, Lehrkräfte zukunftsweisend auszubilden. Dazu gehört, dass sie schon an der Hochschule die Problemlösungsfähigkeit der Mathematik erfahren und lernen sollten sie einzusetzen. Während numerische Mathematik an den meisten Fachbereichen gelehrt und auch implementiert wird, gibt es nicht überall Lehrveranstaltungen, in denen Lehramtsstudierende lernen zu modellieren. Solche Veranstaltungen zu entwickeln, mit den numerischen Methoden zu koppeln und schließlich Simulationen zu programmieren, die zur Vorhersage und auch zur Optimierung der simulierten Systeme genutzt werden können, ist eine neue Aufgabe in der Ausbildung von Lehrkräften. Dieser Beitrag stellt exemplarisch verschiedene Veranstaltungen vor, in denen an der TU Kaiserslautern ein Fokus auf die mathematische Modellierung gelegt wird.

Erstkontakt: Mathematische Modellierung als Proseminar

An der TU Kaiserslautern bekommen die Studierenden der Mathematik genau wie die Studierenden des Lehramts mit Fach Mathematik im ersten Studienjahr eine mathematische Grundausbildung in Form der Veranstaltungen *Grundlagen der Mathematik I & II* sowie *Algebraische Strukturen*. Diese umfasst in der üblichen Terminologie die *Analysis I & II* sowie *Lineare Algebra I & II*. Im Modul *Mathematische Modellierung* können die Studierenden das gleichnamige *Proseminar* belegen, in dem der Fokus weniger auf dem Einsatz komplexer mathematischer Werkzeuge als auf der Tätigkeit des Modellierens in Form eigenen Tuns liegt. Dieses Proseminar steht Lehramtsstudierenden wie Fachmathematikern offen und die Teilnehmer bearbeiten in Gruppen von zwei bis fünf Studierenden über die Dauer von einem Semester jeweils eine reale Fragestellung. Wichtig bei der Auswahl der Projekte ist dabei, dass es sich um reale, authentische Problemstellungen handelt, bei der nach Möglichkeit auch eigene Daten erhoben werden können. Die Definition einer authentischen Fragestellung (vgl. Bock & Bracke 2013) schließt hierbei ein, dass jemand (der Kunde) an einer Lösung seines Problems interessiert ist, die am Schluss tatsächlich auf das Problem anwendbar und für ihn verständlich sein muss. Die Problemstellung wird dabei nicht zu Lehrzwecken aufbereitet. Exemplarisch sollen zwei Fragestellungen kurz vorgestellt werden, die im Laufe des Wintersemester 2014/15 von Studierenden bearbeitet wurden:

Speerwurf – Flugverhalten und -weiten von alten und neuen Speeren im Vergleich: Nachdem im Jahr 1984 der Speerwerfer Uwe Hohn mit 104.80m einen neuen Weltrekord aufgestellt hatte, wurde aus Sorge vor noch größeren Weiten – die innerhalb eines herkömmlichen Stadions aus Platzgründen problematisch wären – der Masseschwerpunkt im Jahr 1986 im Zuge neuer Normen für die Sportgeräte nach vorne verlagert. Tatsächlich waren die im Anschluss mit den neuen Speeren erzielten Weiten zunächst deutlich geringer: Der erste Weltrekord mit dem neuen Speer lag bei 85.74m. Allerdings beträgt die aktuelle Bestweite schon wieder 98.48m, also gar nicht weit von der ewigen Bestmarke entfernt. Es liegt die Frage nahe, wie sich die mit alten und neuen Speeren erzielten Weiten vergleichen lassen und ob die Reduzierung nach Regeländerung vielleicht eher auf nötige Anpassungen der Sportler an das neue Gerät als auf prinzipiell deutlich niedrigere mögliche Weiten zurückzuführen ist.

Bewertung von Spielsituationen im Billard: Jeder Billardspieler, der gerne einmal in seiner Freizeit seine Künste am Tisch mit anderen misst, schaut neidisch auf die Fähigkeiten der Profis, die aus scheinbar unmöglichen Positionen noch Kugeln einlochen. Aber einem Anfänger fällt schon die Bewertung einer Spielsituation schwer: Welche Stöße sind überhaupt sinnvoll in dem Sinn, dass prinzipiell eine eigene Kugel eingelocht werden kann? Und wie ist die jeweilige Schwierigkeit der Stöße, falls es mehrere Varianten gibt? Kann man ein Modell aufstellen, mit dessen Hilfe diese Frage beantwortet werden können, so dass dem Ungeübten ein Trainer in Form einer Software zur Seite gestellt werden kann?

Nach Vorstellung mehrerer solcher Fragestellungen – im aktuellen Semester waren es insgesamt sieben für 22 Teilnehmer – dürfen die Studierenden ein Projekt gemäß ihren Interessen auswählen, was sich im Vergleich zur einfachen Zuteilung positiv auf die Motivation auswirkt. Das Ziel des Proseminars ist wie bereits erwähnt das Finden einer Lösung für den (potentiellen) Auftraggeber, die zum Abschluss in Form einer Kundenpräsentation sowie eines schriftlichen Abschlussberichts präsentiert wird. In diesem Sinn rückt das *Produkt als Ziel* in den Mittelpunkt, die Wahl der mathematischen Werkzeuge und Methoden ist frei und wird ebenso wie die Zeiteinteilung den Teilnehmern überlassen. Den organisatorischen Rahmen bilden wöchentliche Treffen der Seminarteilnehmer mit den betreuenden Dozenten. Diese dienen einerseits für kurze Präsentationen des Zwischenstands (2-3 Mal pro Semester) und bieten andererseits die Möglichkeit, aktuelle Fragen zu thematisieren. In der Diskussion wird von Seiten der Dozenten nach dem *Prinzip der minimalen Hilfe* in den meisten Fällen an-

gestrebt, dass die Teilnehmer im Rahmen ihrer vorhandenen Kenntnisse und Fähigkeiten eine Lösung erarbeiten und umsetzen – oft sind kurze Hinweise oder Rückfragen ausreichend. Es kommt aber gelegentlich auch vor, dass den Studierenden bis dahin unbekannte mathematische Theorien und Werkzeuge vorgestellt werden, wenn sie eine wesentliche Verbesserung des Modells bedeuten. Dies war beispielweise im geschilderten Projekt *Speerwurf* der Fall, in dem die Studierenden noch keine Kenntnisse zur Theorie oder numerischen Lösung von Differentialgleichungen hatten.

Im weiteren Studienverlauf gibt es mit dem *Modellierungsseminar* für Studierende im 4. Studienjahr eine ähnlich aufgebaute Veranstaltung, die sich hauptsächlich durch die Komplexität der zur Lösung der Fragestellungen erforderlichen und vorhandenen Werkzeuge unterscheidet. Im *Fachpraktikum*, welches im dritten Studienjahr von den Fachmathematikern belegt werden muss, werden in einer Variante ebenfalls Modellierungsprojekte in Kleingruppen bearbeitet. Dabei liegt der Fokus allerdings speziell auf der Entwicklung von Algorithmen und die Umsetzung als Softwareprodukt.

Moderne Mathematik als *Study Research Course*

Für Studierende des Lehramts wird im zweiten Studienjahr des Masterstudiums in Kaiserslautern die Veranstaltung *Moderne Mathematik* angeboten, die Einblicke in moderne mathematische Methoden (bis hin zu aktuellen Forschungsgebieten) und mögliche Anwendungen im Schulunterricht gibt. Üblicher Weise ist die Lehrveranstaltung in drei Abschnitte unterteilt, die von Dozenten verschiedener Arbeitsgruppen gestaltet werden. Ein in den letzten Jahren mehrfach durchgeführtes und weiter entwickeltes Angebot stellt dabei die *Mathematische Modellierung authentischer Fragestellungen aus dem Alltag mit Umsetzung in der Schule* dar: Dabei beschäftigen sich die Teilnehmer mit unterschiedlichen Modellierungsprojekten wie den zuvor geschilderten oder etwa dem *Automatischen Identifizieren von Laubblättern* (vgl. Bracke 2015). Der organisatorische Rahmen ist der eines *Study Research Course*, in dem der Fokus auf der eigenständigen Erarbeitung von Lösungen liegt. Die Durchführung ist im Vergleich zum Proseminar zeitlich kompakter und daher gibt es von Dozentenseite kurze Inputs zu unterschiedlichen mathematischen Inhalten, welche sich nach den Interessen und den Fragen der Teilnehmer richten. Begleitet wird dieser Teil der Veranstaltung durch ein Seminar, in dem die Studierenden in Kleingruppen Umsetzungen für die Schule ausarbeiten und diese optional auch im Rahmen von Projekttagen mit Schülern erproben.

Fazit

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass im Rahmen der geschilderten Lehrveranstaltungen die Teilnehmer mathematische Modellierung als Projekt-

arbeit erfahren. Dabei erleben sie in den meisten Fällen *Forschendes Lernen*, durch das sie aufgrund des Fehlens von Vorgaben zu mathematischen Werkzeugen, spezifischen Fachinhalten, definierten Vorgehensweisen oder Zeiteinteilung angeregt werden. Die Messung und Bewertung des Lernerfolgs erfolgt durch das erarbeitete Produkt, die Präsentation/Dokumentation sowie Betrachtung des Lösungsprozesses. Der Erfolg ist in hohem Maße individuell und wird auf unterschiedlichen Ebenen wahrgenommen: Für viele Teilnehmer ist die Lösung als Produkt ein sehr wichtiges Ergebnis, woraus sie auch im Laufe der Veranstaltungen regelmäßige Motivation beziehen. Einige erweitern ihr mathematisches Wissen in bestimmten, teilweise sehr speziellen Bereichen, während andere wichtige Fortschritte in der Planung und Durchführung von Projektarbeit machen. Für manche Studierende bietet sich zum ersten Mal eine Gelegenheit und Motivation, sich sinnhaft mit der Programmierung eines Computers zu beschäftigen – ein Resultat, welches im Rahmen traditioneller Programmierkurse für Mathematiker nicht immer erreicht wird. Abschließend können die Autoren aus ihrer Erfahrung feststellen, dass ebenso wie im noch seltenen Projektunterricht in der Schule *Forschendes Lernen* an der Hochschule ein gewinnbringendes Element ist. Für die Teilnehmenden ist diese Art des Lernens oft ungewohnt – vielleicht auch unbequem. Den Dozenten wird eine erhöhte Flexibilität abverlangt, weil Input meist situationsabhängig erforderlich wird und daher nicht komplett geplant werden kann. Lässt man sich darauf ein, ist der Lohn ein sehr spannendes und abwechslungsreiches Arbeiten mit Resultaten, die sich auf herkömmlichem Weg teilweise nur schwer oder umständlich erreichen lassen.

Literatur

- Bock, W. & Bracke, M. (2013): Project Teaching and Mathematical Modelling in STEM Subjects: A Design Based Research Study. In: *CERME 8 – Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1010-1020.
- Bracke, M. (2015): Computer erkennen Laubblätter – Das Produkt als Motivation. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag.
- Bracke, M. & Schnieder, J. (2014): Mathematisches Modellieren im MINT-Studium - ein fächerübergreifendes Konzept zur Gestaltung von Modellierungstagen. In Roth, R. & Ames, J. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. Münster: WTM-Verlag.
- Link, F. & Schnieder, J. (2015): *Forschendes Lernen in der Hochschulmathematik* In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag.