Hans M. DIETZ, Paderborn

Some CAT's Experiences With Complex Signs

1. Vorbemerkung

Zu den größten Herausforderungen für Studienanfänger besonders in nicht-mathematischen Studiengängen zählt die mathematische Grundlagenausbildung. Die Ursache dafür liegt sehr oft in unangepassten Studien- und Arbeitsmethoden sowie im mangelnden Verständnis für die „Sprache" der Mathematik. Zur Unterstützung der Studierenden wurde in der „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I", die der Autor seit Jahren an der Universität Paderborn liest, mit „CAT" ein System gezielter methodischer Instruktionen in die regulären Kurse *integriert* (Dietz 2013). Der vorliegende Beitrag beleuchtet einige Aspekte von CAT aus semiotischer Perspektive.

1. Komplexe Zeichen und ihr Kontext

Zeichen als interagierende Einheit von *Objekt, Representamen* und *Interpretant* sind das grundlegende Konstrukt der Semiotik von Peirce, auf die wir uns im Sinne von Hoffmann (2005) beziehen. Der Zeichenbegriff ist überaus weitreichend und umfasst speziell auch mathematische Zeichen, Phrasen und ganze Texte, ebenso aber auch Graphiken. In ihrer Kommunikationsfunktion werden solche Zeichen typischerweise von einem „Autor" geschaffen und sind von „Rezipienten" zu interpretieren. Peirce hat betont, dass für die Entstehung des Interpretanten der *Kontext*, von ihm als *collateral knowledge* bezeichnet, essentiell ist. Ergänzend unterstreichen wir, dass nicht nur der Autor, sondern auch jeder mögliche Rezipient beim (erstmaligen) Interpretieren eines Zeichens über einen individuellen, mental hinterlegten Kontext verfügt. Die Problematik der Kommunikation besteht also u.a. darin, dass ein und dasselbe Zeichen (Representamen) je nach Kontext unterschiedliche Interpretanten generieren kann. Wenn es darum geht, unbeabsichtigte Interpretationen zu vermeiden, müssen daher genügend Informationen über den relevanten Kontext zur Verfügung stehen.

Die Aufgabe der Konstruktion von Bedeutung aus Zeichen stellt sich oft nicht allein für ein einzelnes Zeichen, sondern für Gesamtheiten aus mehr oder weniger komplex strukturierten Zeichen und ist in einem dynamischen Prozess zu lösen. Dabei liefert der jeweils schon interpretierte Teil der Gesamtheit zugleich wesentliche Informationen über den Kontext der anderen Zeichen. Beispielsweise wird in einem Roman der erste Satz auf Seite 319 im Kontext der Seiten 1-318 und zusätzlich im gesamten mentalen Kontext des Lesers interpretiert. Im folgenden Beispiel kann der gesamte „Text" als

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

Zeichen verstanden werden, welches seinerseits eine hierarchische Struktur von Subzeichen bildet:

... *Weil die Funktion f an der Stelle x als stetig angenommen wurde,*
gilt $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 : |x - x'| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x')| < \varepsilon$

Zur korrekten Interpretation bedarf es einer guten Interpretationstechnik, die die jeweils relevanten Kontextebenen sorgfältig bewusst macht. Daher spielt „Kontext" in der *Lehre* – speziell von Mathematik – eine besonders wichtige Rolle, denn hier bestehen besonders hohe Ansprüche an die Entwicklung korrekter Interpretationen von Zeichen. Andererseits sind diese fast immer nur vor dem Hintergrund des richtigen Kontextes möglich. Ein Merkmal guter Lehre sollte es somit sein, nicht allein „Zeichen" zu vermitteln, sondern zugleich - bzw. besser vorab - auch Informationen über den relevanten Kontext, um Fehlinterpretationen vorzubeugen.

2. CATs Umgang mit Kontext

„CAT" steht für *Checklisten, Ampel* und *Toolbox* als grundlegende methodische Prozeduren, die u.a. den Studienverlauf, die notwendige Selbstkontrolle und auch das Problemlösen unterstützen. Die wichtigste Checkliste „Lesen" leitet die Studierenden beim sinnentnehmenden Lesen mathematischer Formulierungen. Beginnend beim „Buchstabieren" führt sie zum Aufbau eines validen mentalen Konzeptes (Dietz 2013). Die Rolle des Kontextes ist dabei grundlegend. So kann z.B. die Bedeutung von

$$C := A \wedge B \tag{1}$$

nur verstanden werden, wenn die Rolle bzw. Bedeutung jedes Zeichens in dieser Zeichenkette vollständig verstanden wurden. In der Regel ergibt sich diese aus dem Kontext, ist also von dort zu „importieren". In einer guten Vorlesung werden die Zeichen „ := " und „ ^ " *vor* dem ersten Auftreten von (1) eingeführt und sind somit Bestandteil des *Kurswissens* als Kontext. Damit sie dort leicht und sicher aufgefunden werden können, hält CAT die Studierenden an, alle neuen Begriffe und Symbole in einer *Vokabelliste* zu verzeichnen. Diese sollte neben dem Symbol bzw. Begriff selbst auch seine präzise Definition sowie ggf. Hinweise zur Syntax und zum Vorlesen enthalten. Die Vokabelliste bildet somit ein lexikalisches Grundgerüst des begrifflichen Kurswissens in *materieller* Form. Indem die Studierenden damit arbeiten, wird dieses – hoffentlich – möglichst genau auch *mental* abgebildet. Im Idealfall kann so die Bedeutung von „ := " und „ ^ " direkt aus dem Gedächtnis importiert werden. - Wir merken an, dass das Verständnis von

(1) weiterhin auch die Klärung von Bedeutung bzw. Rolle von „A“, „B“ und „C“ voraussetzt; nähere Ausführungen hierzu sowie über den gesamten Weg vom Buchstabieren bis hin zum Konzept siehe z.B. Dietz (2012).

Nun besitzt (1) in verschiedenen Kontexten unterschiedliche Bedeutungen. Es handelt sich um ein einfaches, aber dennoch typisches Beispiel dafür, dass der Kontext für das Verständnis entscheidend ist. Wegen dieser wichtigen Rolle wird das Thema „Kontext“ in der *Vorlesung* thematisiert. Die Studierenden werden unter dem Logo „wwww“ („*wissen was, wie gut und woher“*) schon frühzeitig zu einem bewussten Wissensmanagement angeregt. Den Zusammenhang verschiedener Kontext-Segmente zeigt Abbildung 1. Die Studierenden werden angeleitet, bei einem Bedeutungs-

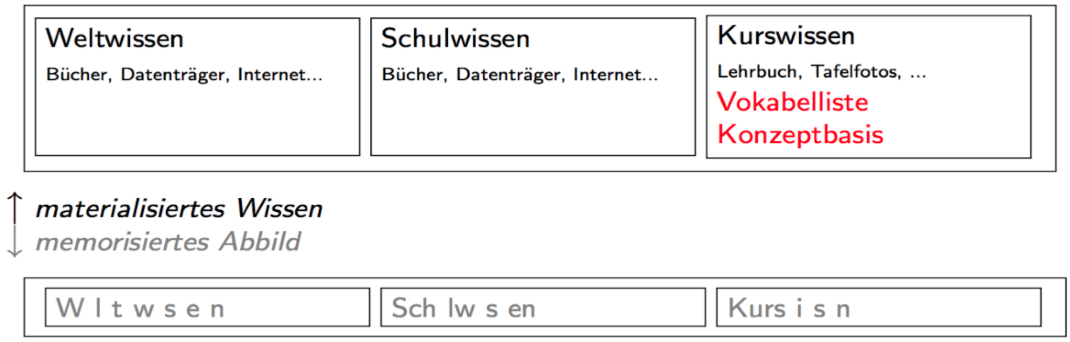

Abbildung 1: Tafelbild zum Wissensmanagement

“Import“ aus dem Kontext primär auf das Kurswissen zuzugreifen; erst wenn Zeichen bzw. Begriffe dort nicht gefunden werden, wird das Schulwissen und erst danach das Weltwissen herangezogen. Da das im Gedächtnis gespeicherte Wissen in der Regel unvollständig ist, ist im Zweifelsfall die materielle Wissensbasis der mentalen vorzuziehen. Die Forderung, den jeweils relevanten Kontext stets genau zu kennen und – ggf. in Form von Referenzen – auch angeben zu können, wird jedoch nicht allein abstrakt erhoben, sondern zugleich sehr konkret in den Präsenz- und Hausübungen verankert, wie z.B. die Abbildung 2 zeigt.

Begründen Sie jeden Ihrer Lösungsschritte (Umformungen, Folgerungen etc.), indem Sie genau angeben, welche Aussage aus der Vorlesung, dem kursbegleitenden Lehrbuch, den bereits gelösten Übungsaufgaben bzw. dem vorausgesetzten Schulwissen dabei verwendet wird. Die Angaben können z.B. nach folgendem Muster erfolgen:

- *”Satz des Pythagoras” (Schulwissen)*
- *Satz 12345 aus ECOMath 1, Seite 97890*
- *laut Vorlesung vom 18.11.14, Tafelfoto 92 etc.*

Abbildung 2: Auszug aus Hinweisen zu einer Übungsaufgabe

3. Einige Erfahrungen und Probleme

Eine Erhebung im WS 2014/15 zeigte, dass das Wissensmanagement von Studierenden zufriedenstellend umgesetzt wird (vgl. Feudel 2015). Auch beim verstehenden Lesen konnten mit Hilfe von CAT Fortschritte erzielt werden. Dennoch sind bei den Studierenden noch immer hohe Fehlerraten beim mathematischen Lesen zu verzeichnen. Allen Erfahrungen aus Prüfungen, Sprechstunden etc. zufolge besteht die Hauptursache in der *mangelnden Memorierung* grundlegender Begriffe und Sachverhalte. Eine wesentliche Ursache hierfür wiederum dürfte in dem erwiesenermaßen *zu geringen Arbeitsvolumen* vieler Studierender liegen; jedoch scheinen in den letzten Jahren auch neue gesellschaftliche Einflüsse zu wirken. Hinzu treten Probleme im Bereich der *Abstraktion* sowie in den metakognitiven Fähigkeiten zur *Prozessorganisation* wie z.B. das „*mental pointer problem*": Hierbei wird die Aufmerksamkeit jeweils nicht auf das korrekte Objekt fokussiert; beim Arbeiten in hierarchischen Strukturen werden die jeweils relevanten Hierarchieebenen verwechselt u.ä.. Beispielsweise wird die Aussage *„Wenn f' nichtnegativ ist, so ist f wachsend"* über eine beliebige differenzierbare reelle Funktion f auf einem Intervall oft falsch verwendet, indem zwecks Überprüfung von f auf Monotonie untersucht wird, ob f' wachsend (statt nichtnegativ) ist.

4. Fazit

Es kann erwartet werden, dass beim verstehenden „Lesen von Mathematik" weitere Fortschritte erreichbar sind, wenn Art und Ursachen der genannten Probleme besser verstanden werden. Dies sollte Gegenstand künftiger Untersuchungen sein. Die Erkenntnisse über den allgemein zu niedrigen Arbeitsaufwand der Studierenden ermutigen überdies dazu, in der Lehre ein hohes Anforderungsniveau in der Lehre aufrechtzuerhalten.

Literatur

Dietz, H.M. (2013). CAT – ein Modell für lehrintegrierte methodische Unterstützung von Studienanfängern. In R. Biehler et al. (Hrsg.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase – Herausforderungen und Lösungsansätze.* Heidelberg u.a.: Springer, erscheint 2015.

Hoffmann, M.H.G., (2005). *Erkenntnisentwicklung.* Klostermann, Frankfurt am Main.

Dietz, H.M. (2012). *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler - Das ECOMath Hand buch.* Heidelberg u.a.: Springer Gabler.

Feudel, F. (2015). Studienmethodische Förderung in der Mathematik für Wirtschaftswissenscnaftler – Chancen und Schwierigkeiten. Vortrag auf der GDM Jahrestagung 2015 in Basel. BZMU 2015.