

Anika DREHER, Sebastian KUNTZE, Ludwigsburg

## **Rückschlüsse auf fachdidaktisches Kriterienwissen von Lehrkräften auf der Basis eines aufgabenbezogenen Befragungsformats**

Wenn Lehrkräfte das Begriffsverständnis von Lernenden einschätzen, spielt der Einsatz von Aufgaben eine entscheidende Rolle. Es kann daher angenommen werden, dass durch eine entsprechende Aufgabenauswahl spezifisches Kriterienwissen der Lehrkräfte zum Ausdruck kommt, etwa bezüglich der Repräsentationen, die für das Verständnis der Lernenden als zentral angesehen werden. Am Beispiel des Bruchzahlbegriffs wurden daher in dieser Studie Aufgaben analysiert, die Lehrkräfte nutzen, um das Verständnis ihrer Schülerinnen und Schüler einzuschätzen.

Der Bruchzahlbegriff ist sehr facettenreich: Verschiedene Autoren haben eine Reihe sogenannter Bruchzahlaspekte beschrieben (z.B. Niemi, 1996; Padberg, 2009). Für ein umfassendes Begriffsverständnis ist es deshalb wichtig, Bruchzahlen aus unterschiedlichen Perspektiven zu sehen und verschiedene Bruchzahlaspekte zu integrieren. So heben unterschiedliche Repräsentationen von Bruchzahlen typischerweise unterschiedliche Bruchzahlaspekte hervor (z.B. Lamon, 2001). Als theoretischer Rahmen in Bezug auf die Idee des Nutzens vielfältiger Repräsentationen im Mathematikunterricht liegt der Studie Duvals (2006) Theorie der Register zu Grunde. Duval (2006) betonte, dass Repräsentationswechsel (sogenannte *Conversions*) zwischen verschiedenen Repräsentationsregistern häufig entscheidend für das Verständnis von mathematischen Konzepten sind. Lernende sollten daher dabei unterstützt werden, Zusammenhänge zwischen verschiedenen Repräsentationsregistern zu erkennen und Conversions durchzuführen.

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen sollten geeignete Aufgaben zur Einschätzung des Verständnisses von Lernenden zum Bruchzahlbegriff beispielsweise wichtige Aspekte des Begriffs, verschiedene Repräsentationsregister und Conversions thematisieren. Neben solchen Aufgabenmerkmalen, die eng mit der Idee des Nutzens vielfältiger Repräsentationen verbunden sind, spielen wahrscheinlich auch andere Merkmale der Aufgaben eine Rolle im Hinblick darauf, wie gut das Begriffsverständnis von Lernenden sichtbar gemacht werden kann. Offene Aufgaben (z.B.: „Zeichne mindestens drei verschiedene bildliche Darstellungen für die Bruchzahl  $\frac{3}{4}$ .“) sind beispielsweise häufig besser dafür geeignet einen Einblick zu ermöglichen als geschlossene Aufgaben (z.B.: „Zeichne eine Zahlengerade und markiere darauf die Bruchzahl  $\frac{3}{4}$ .“). Folglich ist anzunehmen, dass sich an den Aufgaben, die Lehrkräfte stellen, um das Begriffsverständnis

von Lernenden einschätzen, nicht nur inhaltsbereichsspezifisches Wissen abzeichnet, sondern dass auch allgemeineres professionelles Wissen und entsprechende Sichtweisen eine Rolle spielen. Insbesondere konstruktivistische bzw. rezeptive Sichtweisen zum Lehren und Lernen von Mathematik (vgl. Staub & Stern, 2002) beeinflussen möglicherweise, welche Aufgaben Lehrkräfte für die Diagnose von Begriffsverständnis als angemessen ansehen.

Selbstverständlich kommt es bei der Diagnose von Begriffsverständnis nicht nur auf die eingesetzten Aufgaben an, sondern auch auf die Analyse der Schülerlösungen. Allerdings ist die Auswahl entsprechender Aufgaben entscheidend für das Potential, das Begriffsverständnis von Lernenden sichtbar und damit diagnostizierbar zu machen. Solche Aufgaben sollten deshalb in den Blick genommen werden und erlauben praxisrelevante Einblicke hinsichtlich des fachdidaktischen Wissens, das Lehrkräfte nutzen, um das Verständnis von Lernenden zum Bruchzahlbegriff einzuschätzen.

Die Studie konzentriert sich daher auf die folgenden Forschungsfragen:

- Welche Rückschlüsse auf bereichsspezifisches fachdidaktisches Wissen zum Nutzen vielfältiger Repräsentation legen Aufgaben nahe, die Lehrkräfte für die Diagnose von Begriffsverständnis zum Begriff Bruchzahl einsetzen würden?
- Können Zusammenhänge zwischen solchem bereichsspezifischen fachdidaktischen Wissen und allgemeinen fachdidaktischen Sichtweisen festgestellt werden?

### **Untersuchungsdesign und Stichprobe**

Um Antworten auf diese Forschungsfragen zu finden, wurde ein entsprechender Fragebogen entworfen. Dieser Fragebogen wurde von 87 praktizierenden Lehrkräften in Baden-Württemberg (45 weiblich, 41 männlich, 1 ohne Daten) beantwortet, wovon 64 an Gymnasien und 23 an Haupt-/Werkrealschulen unterrichteten.

Entsprechend der ersten Forschungsfrage wurden die teilnehmenden Lehrkräfte im ersten Fragebogenteil dazu aufgefordert Aufgaben zu notieren, die sie einsetzen würden, um das Begriffsverständnis von Lernenden zum Begriff Bruchzahl einzuschätzen:

*Welche Fragen bzw. Aufgaben würden Sie stellen, um herauszufinden, ob ein Schüler verstanden hat, was eine Bruchzahl ist? Sie können sich dabei vorstellen, dass Sie am Ende der Unterrichtseinheit „Bruchzahlen“ in einer 6. Klasse eine Klassenarbeit erstellen.*

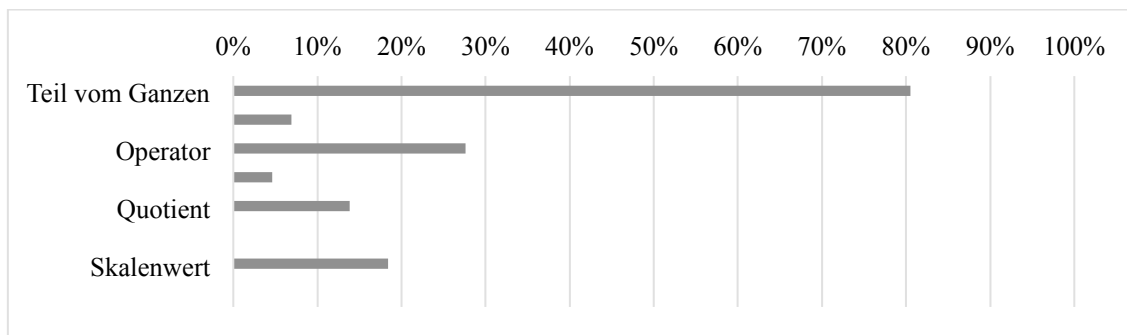
Um die Antworten der Lehrkräfte zu analysieren, wurde jedes Set von Aufgaben in einem top-down Verfahren im Hinblick auf bestimmte Aufgabenmerkmale kodiert (Cohens Kappa  $\geq .86$  für jedes Kodierungskriterium), um daraus wiederum Anhaltspunkte auf spezifisches fachdidaktisches Wissen zum Nutzen vielfältiger Repräsentationen zu gewinnen:

- Wurden offene/geschlossene Aufgaben gestellt?
- Welche Bruchzahlaspekte (vgl. Padberg, 2009) werden durch die genannten Aufgaben thematisiert?
- Wie viele verschiedene Repräsentationsregister/Conversions werden durch die genannten Aufgaben thematisiert?

Konstruktivistische bzw. rezeptive Sichtweisen zum Lehren und Lernen wurden mit Hilfe von Items aus dem Fragebogeninstrument von Staub und Stern (2002) erfasst.

### Ausgewählte Ergebnisse

In Bezug auf das Merkmal offene bzw. geschlossene Aufgaben zeigen die Daten, dass fast alle teilnehmenden Lehrkräfte (95%) geschlossene Aufgaben nannten, aber weniger als die Hälfte (42%) offene Aufgaben notierte. Abbildung 1 zeigt, dass sich die genannten Aufgaben vor allem auf den Aspekt Bruchzahl als Teil vom Ganzen konzentrierten, während die anderen Bruchzahlaspekte jeweils von weniger als einem Drittel der teilnehmenden Lehrkräfte in entsprechenden Aufgaben thematisiert wurden.



**Abbildung 1:** Anteil an Lehrkräften, die die jeweiligen Bruchzahlaspekte thematisierten

Nur 16% der Teilnehmer(innen) thematisierte mittels der notierten Aufgaben mehr als zwei Bruchzahlaspekte.

Im Hinblick auf die Anzahl verschiedener Repräsentationsregister und Conversions zeigen die Auswertungen, dass jeweils mehr als die Hälfte der teilnehmenden Lehrkräfte mehr als drei verschiedene Repräsentationsregister bzw. mehr als zwei verschiedene Conversions in den Blick nahm.

In Bezug auf Zusammenhänge zwischen allgemeinen fachdidaktischen Sichtweisen und Aufgabenmerkmalen war festzustellen, dass diejenigen Lehrkräfte, die offene Fragen gestellt hatten, im Vergleich zu ihren Kolleginnen und Kollegen, bei denen dies nicht der Fall war, im Schnitt stärker konstruktivistischen und weniger stark rezeptiven Sichtweisen zustimmten.

## Diskussion

Der Befund, dass offenbar weniger als die Hälfte der teilnehmenden Lehrkräfte offene Fragen stellen würde, um das Begriffsverständnis von Lernenden zu Bruchzahlen einzuschätzen, legt nahe, dass häufig das Potential von offenen Aufgaben in Bezug auf das Sichtbarmachen von Begriffsvorstellungen nicht gesehen wurde. Die Tatsache, dass diejenigen Lehrkräfte, die offene Fragen nannten, im Schnitt stärker konstruktivistische und weniger rezeptive Sichtweisen zeigten, deutet darauf hin, dass nicht nur fachdidaktisches Wissen, sondern auch allgemeinere Sichtweisen eine Rolle spielen könnten, wenn Lehrkräfte entsprechende Aufgaben wählen.

Vor dem Hintergrund der Idee des Nutzens vielfältiger Repräsentationen im Mathematikunterricht erwies sich, dass meist mehrere verschiedene Repräsentationsregister berücksichtigt wurden. Die Tatsache, dass allerdings die meisten teilnehmenden Lehrkräfte dabei nur einen einzigen oder höchstens zwei Bruchzahlaspekte einbezogen, spricht dafür, dass die verschiedenen Repräsentationen von Brüchen in der Regel nicht so ausgewählt worden sind, dass sie unterschiedliche Aspekte widerspiegeln und sich gegenseitig im Hinblick auf ein facettenreiches Begriffsverständnis ergänzen.

Die Ergebnisse der Studie zeigen folglich spezifische Bedarfe für die Aus- und Fortbildung von Mathematiklehrkräften auf.

## Literatur

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Ainsworth, S. (2006). A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183-198.
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing from fractions to rational numbers. In A. A. Cuoco (Hrsg.), *The roles of representation in school mathematics* (S. 146-165). Reston, VA: NCTM.
- Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics: representations, problem solutions, justifications and explanations. *Journal of Educational Research*, 89(6), 351-363.
- Padberg, F. (2009). *Didaktik der Bruchrechnung*. Heidelberg: Spektrum.
- Staub, F., & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matter for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 94(2), 344-355.