

Meike GRÜßING<sup>1</sup>, Julia SCHWABE<sup>2</sup>, Aiso HEINZE<sup>1</sup>,  
Frank LIPOWSKY<sup>2</sup>, <sup>1</sup> Kiel / <sup>2</sup> Kassel

## **Anderer Unterricht - andere Rechenstrategien? Eine experimentelle Studie zum Vergleich zweier Instruktionsstrategien**

In dem Beitrag werden ergänzende Analysen aus einem Forschungsprojekt vorgestellt, über das bereits 2013 auf der GDM-Tagung berichtet wurde. Entsprechend sind die Abschnitte zum theoretischen Hintergrund und der Anlage der Studie in diesem Beitrag fast identisch zu der Darstellung in Grüßing et al. (2013), da es sich um die gleiche Studie handelt.

### **Theoretischer Hintergrund**

Obwohl die Entwicklung der Kompetenz zur adaptiven Wahl von Rechenstrategien als ein bedeutendes Ziel des Mathematikunterrichts in der Grundschule angesehen wird, zeigen Ergebnisse verschiedener Studien, dass die Fähigkeit, verschiedene Rechenstrategien flexibel und auf die Charakteristika der jeweiligen Aufgabenstellung bezogen einzusetzen, in der Grundschule eher gering ausgeprägt ist (Selter, 2001; Heinze, Marschick & Lipowsky, 2009). Schülerinnen und Schüler greifen häufig auf universelle Lieblingsstrategien zurück, auch wenn diese aus mathematischer Sicht ineffizient sind. Nach der Einführung der schriftlichen Rechenverfahren werden diese häufig auch dann eingesetzt, wenn sie um ein Vielfaches aufwändiger sind als andere Strategien (z.B. Selter, 2001). Ergebnisse einiger Studien deuten darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der adaptiven Strategiewahl erfolgreich gefördert werden können (z.B. Blöte et al., 2000; Rathgeb-Schnierer, 2007). Diese Studien beziehen sich in der Regel auf umfassende Konzepte für den Arithmetikunterricht, die nicht allein die adaptive Strategiewahl im Blick haben. Dabei werden z.T. moderne Ansätze mit einer Betonung der flexiblen Strategiewahl einem traditionellen Unterricht gegenübergestellt, der zunächst einen Schwerpunkt auf die Einführung und Automatisierung einer universellen Strategie legt.

Bei den modernen Ansätzen lassen sich jedoch verschiedene Instruktionsansätze zur Förderung der adaptiven Strategiewahl identifizieren. So basiert der *explizierende Ansatz* auf der Annahme, dass Strategien als prozedurales Wissen verfügbar sind, so dass beim Lösen einer Aufgabe eine adaptive Strategie aus einem Strategierepertoire ausgewählt werden kann. Entsprechend legt der explizierende Ansatz einen Schwerpunkt auf den sukzessiven Aufbau eines Strategierepertoires durch die Automatisierung vorgegebener idealtypischer Strategien in Verbindung mit dem konti-

nuierlichen Aufbau von Metawissen über ihre Effizienz. Dem *problemlöseorientierten Ansatz* liegt die Annahme zugrunde, dass Strategien nicht im Gedächtnis vorliegen, sondern dass bei jeder Aufgabe auf Basis des Zahlwissens individuell ein Rechenweg generiert wird (Threlfall, 2009). Ein Kompetenzaufbau wird durch die Entwicklung von konzeptuellem Zahlwissen und das kontinuierliche Selbstentdecken von Lösungswegen in Verbindung mit der Diskussion über ihre Effizienz angestrebt.

Bisher liegen wenige empirische Ergebnisse zum Einfluss dieser instruktionalen Ansätze auf den Erwerb der Fähigkeit zum korrekten und adaptiven Rechnen vor. Zur Untersuchung dieser Fragestellungen wurde eine kontrollierte experimentelle Studie durchgeführt, in der die Instrukti-  
onsansätze in einem einwöchigen mathematischen Ferienprogramm umgesetzt wurden, das in den Herbstferien 2011 am IPN in Kiel stattfand. Insbesondere wurden dabei die folgenden Forschungsfragen untersucht:

- Zeigen sich (nachhaltige) Effekte einer Intervention im dritten Schuljahr auf den Kompetenzerwerb zur adaptiven Strategiewahl?
- Zeigen sich unterschiedliche Effekte in Bezug auf die beiden Ansätze?

## **Design**

Die Stichprobe besteht aus 79 Schülerinnen und Schülern aus 17 Klassen der Jahrgangsstufe 3, die an diesem Ferienprogramm teilgenommen haben. Die Kinder wurden unter Kontrolle der Leistungen in einem Mathematiktest, einem Strategietest sowie des sozioökonomischen Status zufällig den beiden Instrukti-  
onsbedingungen zugewiesen. Ihre 162 Mitschülerinnen und Mitschüler bilden die Kontrollgruppe. Der Umfang der Intervention zur adaptiven Strategiewahl entsprach etwa 16 Schulstunden. Die konzeptgetreue Umsetzung der Ansätze wurde durch ein Expertenrating abgesichert. Die von den Kindern eingesetzten Rechenstrategien sowie die Korrektheit ihrer Lösungen wurden in einem Vortest (T1), einem Nachtest direkt im Anschluss (T2) sowie in zwei Follow-Up-Tests im Januar (T3) und im Juni (T4) erfasst. Die Kontrollgruppe nahm nur an den Datenerhebungen zu den Zeitpunkten T1, T3 und T4 teil, da der Nachtest während der Ferienwoche durchgeführt wurde. Die Tests zur Strategiewahl umfassen jeweils acht Items, von denen vier Ankeritems zu jedem Messzeitpunkt eingesetzt wurden. Benachbarte Messzeitpunkte enthalten zwei weitere gemeinsame Items. Neben der Korrektheit der Lösung wurde die Lösungsstrategie auf Grundlage eines differenzierten Kategoriensystems mit 21 Kategorien durch zwei Personen kodiert ( $\kappa > .70$ ). Für jede Aufgabe wurde normativ definiert, welche Strategien in Verbindung mit den jeweiligen Aufgabencharakteristika als effizient und somit als adaptiv anzusehen sind.

## **Ergebnisse**

Wie in Grübing et al. (2013) dargestellt, zeigte die Intervention im Vergleich zur Kontrollgruppe einen nachhaltigen positiven Effekt in Bezug auf die adaptive Strategiewahl. Für die Korrektheit der Lösungen ergab sich kein Unterschied. Beim Vergleich der beiden Instruktionsansätze ergab sich weder bei der Adaptivität noch bei der Korrektheit ein Unterschied. Beide Ansätze scheinen die Kinder gleich gut zu fördern. In zusätzlichen Analysen wurden die Effekte der beiden Gruppen auf qualitativer Ebene betrachtet. Dazu wurde mittels Chi-Quadrat-Homogenitätstest geprüft, ob die Kinder der beiden Instruktionsgruppen bei den einzelnen Messzeitpunkten Unterschiede in den verwendeten Strategien aufweisen. Dabei wurden sechs Kinder als „Ausreißer“ ausgeschlossen, da diese bereits im Vortest fast nur schriftlich rechneten oder fast nur die Strategie des gegen-/gleichsinnigen Veränderns anwendeten und damit im Curriculum schon weit voraus waren. Da der Chi-Quadrat-Test Voraussetzungen an die Zellenbesetzungen stellt und die Stichprobe mit  $N = 73$  bereits klein war, wurden die 21 Kategorien theoriegeleitet auf 11 Kategorien vergrößert. Die Ergebnisse in Tabelle 1 zeigen, dass sich die Gruppen im Vortest kaum unterscheiden (die tendenzielle Abweichung kommt zustande, da einige Strategien nicht eindeutig zugeordnet werden konnten). Zu den anderen Messzeitpunkten gibt es signifikante Unterschiede mit mittlerer Effektgröße. Bei den spezifischen Strategien fallen vor allem die Unterschiede bei den Kategorien „Ergänzen“ und „Verändern“ sowie „Hilfsaufgabe“ auf.

## **Diskussion und Ausblick**

Wie bereits in Grübing et al. (2013) festgestellt, zeigt die einwöchige Intervention nachhaltige Effekte in Bezug auf den Kompetenzerwerb zur adaptiven Wahl von Rechenstrategien und keine negativen Effekte auf die Korrektheit der Lösungen. Die beiden Instruktionsstrategien zeigen keine signifikanten Unterschiede in ihren positiven Effekten auf Kompetenzebene, dagegen gibt es Unterschiede bei der Art der gewählten Strategien sowohl im direkten Nachtest, als auch in den Follow-up-Tests (jeweils mit mittleren Effektgrößen). Dabei zeigte sich, dass die Gruppe des explizierenden Ansatzes insbesondere die Strategien „Ergänzen“ und „gegen-/gleichsinniges Verändern“ häufiger verwendete, während die Gruppe des problemlöseorientierten Ansatzes häufiger die selbst generierte Strategie „Hilfsaufgabe“ einsetzte und letzteres sogar nachhaltig.

**Tab. 1:** Häufigkeiten der Nutzung einzelner Strategien in den Gruppen

Häufigkeiten	T1 (Vortest)		T2 (Nachttest)		T3 (3 Mon.)		T4 (8 Mon.)	
	Expl.	Probl.	Expl.	Probl.	Expl.	Probl.	Expl.	Probl.
schriftlich	5	4	3	11	20	10	118	103
stellenweise	32	21	55	9	59	14	31	9
kurz stellw.	7	7	1	1	1	4	6	7
schrittweise	101	109	42	42	48	38	4	11
kurz schrittsw.	43	51	23	49	30	69	9	29
Mischung stellen/schritt	40	42	12	39	13	11	19	6
Ergänzen	5	4	61	26	20	24	9	11
Hilfsaufgabe	5	6	29	55	35	65	23	75
Verändern			45	18	16	12	21	21
Kopfrechnen	11	19	14	17	30	10	19	11
unklar	26	8	7	3	7	3	3	1
$\chi^2$	$\chi^2(9, N = 546)$ = 15.27		$\chi^2(10, N = 562)$ = 96.19		$\chi^2(10, N = 539)$ = 70.52		$\chi^2(10, N = 537)$ = 58.04	
$p$	.084		< .001		< .001		< .001	
Cramér's $V^1$	.17		.41		.36		.33	

<sup>1</sup> Effektgröße Cramér's  $V$ : < .3 klein, .3-.5 mittel, >.5 stark

## Literatur

- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221-247.
- Grüßing, M., Schwabe, J., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2013). Adaptive Strategiewahl bei Additions- und Subtraktionsaufgaben: eine experimentelle Studie zum Vergleich zweier Instruktionsansätze. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 388-391). Münster: WTM-Verlag.
- Heinze, A., Marschick, F., & Lipowsky, F. (2009). Addition and Subtraction of Three-Digit Numbers: How adaptive is German 3rd-Graders' strategy use? *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 41*(5), 591-604.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2007). Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. *Journal für Mathematik-Didaktik, 28*(2), 173-174.
- Selter, C. (2001). Addition and Subtraction of Three-Digit Numbers: German Elementary Children's Success, Methods and Strategies. *Educational Studies in Mathematics, 47*, 145-173.
- Threlfall, J. (2009). Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 41*(5), 541-555.