

Markus A. HELMERICH, Eva S. HOFFART, Siegen

## **Mathematik rund um meinen Körper – ein Praxisbericht aus der MatheWerkstatt zum differenzierten Lernen**

### **1. Differenzierung in Mathematik-Projekten – Begriffsklärung und Analyserahmen**

Heterogene Lerngruppen im Mathematikunterricht erfordern eine besondere Sorgfalt in der Gestaltung von differenzierenden Lernumgebungen. Vor allem die offene Differenzierung und selbstdifferenzierende Angebote verändern klassische Lernsettings für alle Beteiligten, in dem die Verantwortung für den Lernprozess zwischen Lehrperson und Lernenden geteilt wird. Die Lernenden suchen sich ihre Ziele und Wege selbst, arbeiten auf unterschiedlichen Niveaus und verwenden verschiedene Strategien zur Lösung der mathematischen Aufgaben. Dies erfordert ein abgestimmtes Zusammenspiel der angebotenen Materialien sowie die Öffnung von Strukturen, Methoden, Aufgaben und Inhalten (vgl. Peschel 2011). Über eine mitbestimmte Auswahl von Arbeitsmaterialien, einem Wechsel von Sozialformen des (Zusammen)arbeitens und eine weitgehende schülerbestimmte Organisation des Lernprozesses kann diese Öffnung umgesetzt werden. Entscheidend für eine gelungene Differenzierung sind aber besonders die inhaltliche Öffnung und das Zulassen von divergenten Bearbeitungswegen, Ergebnissen und Lösungen, sowie individuelle Interpretationen der Bedeutung für die Lebenswelt.

Das Differenzieren zeigt sich in konkreten Kernprozessen des Lernens (vgl. Barzel et al., 2011a und 2011b). Die folgenden Kernprozesse werden als Analyse-Perspektiven auf das Arbeiten und die Produkte der Schüler(innen) eingesetzt: Anknüpfen an Vorerfahrungen und Interessen, Erkunden neuer Zusammenhänge, Austausch unterschiedlicher Wege und Ordnen als Systematisieren und Sichern. Der Kernprozess des Vertiefens durch Üben und Wiederholen wird im Rahmen des hier vorgestellten Projektes nicht behandelt.

### **2. Praxisbericht aus der MatheWerkstatt am Beispiel eines Projekts**

Im weiteren Praxisbericht wird am Beispiel des Projekts „Mathematik rund um meinen Körper“ aus der Mathekartei des Lehrwerks „Spürnasen Mathematik“ (Helmerich, & Lengnink, 2013) vorgestellt, wie das Arbeiten in Projekten Möglichkeiten des Differenzierens bietet. Die Mathekartei stellt mit ihren Mathematik-Projekten ein Material zur Verfügung, das handlungsorientierte Zugänge zur Mathematik anregt, enaktive Erfahrungen ermöglicht und das Arbeiten auf verschiedenen Repräsentationsebenen för-

dert. Mathematik wird über lebensweltlich fundierte Kontexte, Forschungsaufräge und Experimente erlebbar und sinnstiftend. Somit ermöglichen diese Projekte auch das Arbeiten im jahrgangsübergreifenden Unterricht (Mischung Klasse 1/2 und Klasse 3/4). Sie bieten über Lernbegleitungen eine lernfördernde, zielorientierte Struktur und eine Möglichkeit der Begegnung mit Heterogenität.

Für den Einsatz in der MatheWerkstatt mit einer jahrgangsgemischten Lerngruppe (Klasse 1-4) der Gemeinschaftsgrundschule Düren-Hoven wurde die Projektkarte „Ich messe meinen Körper“ aus dem Projekt „Mathematik rund um meinen Körper“ ausgewählt und leicht modifiziert. Die Arbeitsaufträge wurden auf das Messen der Körperlänge fokussiert, um eine selbstdifferenzierende Lernumgebung für alle zu schaffen (vgl. Abb.1).

**Mein Körperfaden**

1. Schneide einen Faden ab, der so lang ist wie du.



Beschrifte deinen eigenen Körperfaden mit einem Namensschild.

2. Sortiere in deiner Gruppe die Körperfäden nach der Größe.
3. Wie bist du vorgegangen?

**Abbildung 1:** Arbeitsaufträge für die Schülerinnen und Schüler im Projekt

Als gemeinsamer, jahrgangsübergreifender Auftrag sollen die Schüler(innen) ihre Körperlänge mittels eines Fadens messen und als Körperfäden darstellen. Der Vergleich und das Sortieren der Körperfäden erfolgt dann in jahrgangsgetrennten Gruppen. Die Beschreibung und Darstellung der Arbeitsprozesse wird in Einzelarbeit durchgeführt, bevor die Körperfäden jeder Jahrgangsgruppe auf einem Plakat dokumentiert werden.

### **3. Analyse von Schülerprodukten im differenzierenden Arbeiten**

Die Arbeit im Projekt wurde im Rahmen einer wissenschaftlichen Hausarbeit zum Ersten Staatsexamen von Sarah Theisen dokumentiert und ersten Analysen unterzogen (vgl. Theisen, 2014).

Im ersten Arbeitsschritt des Erstellens von Körperfäden zeigen die Schüler(innen) ein differenziertes Arbeitsverhalten im Kernprozess des Anknüpfens an Vorerfahrungen. Die Körpergröße als lebensweltliche Rahmung ermöglicht allen mitzumachen und einen eigenen Körperfaden als Reprä-

sentant für die Körpergröße zu erstellen. Das Material regt die Handlung und den Vorstellungsaufbau zum Vorgang des Messens und zum Begriff der Länge an.

In den Dokumentationen der Schüler(innen) zum Vorgehen beim Vergleichen und Sortieren zeigt sich ein facettenreiches Spektrum beim Erkunden von Zusammenhängen. Während Schüler(innen) aus den Gruppen des Anfangsunterrichts (Klasse 1 und 2) ihre Körperfäden nacheinander „vergleichen“ und in ihrer Einzigartigkeit würdigen, ist der Drang der Schüler(innen) aus Klasse 3 und 4, Ordnung in die Körperfäden zu bringen deutlich ausgeprägter. Hier führt der Prozess des Vergleichens zu einer Sortierung nach der Länge der Fäden. Die Prozesse des Vergleichens und Sortierens differenzieren sich im Kernprozess des Erkundens von Zusammenhängen stark nach den eingesetzten Strategien und nach dem Abstraktionsniveau in der Repräsentation bzw. Notation der Prozesse und Ergebnisse:

- Schüler(innen) aus Klasse 1 zeigen den Vergleich der Körperfäden als Zusammenstellung der einzelnen Fäden ohne auf die unterschiedlichen Längen oder eine Größensortierung einzugehen. Die Körperfäden werden alle in gleicher Länge oder ungeordnet über ein Plakat verteilt dargestellt.
- Die rein bildlichen Darstellungen des Vorgehens beim Vergleichen und Sortieren der Schüler(innen) aus Klasse 2 lassen erkennen, dass die Unterschiede in der Länge der Körperfäden wahrgenommen werden, aber eine Größensortierung noch nicht erfolgt.

In den Dokumentationen der Schüler(innen) aus Klasse 3 und 4 werden auch schriftliche Erläuterungen zu den Prozessen geliefert. Eine genaue Beschreibung der Strategien beim Sortieren können aber nur einige Schüler(innen) der Klasse 4 liefern. Es lassen sich drei wesentlich unterschiedliche Vorgehensweisen erkennen:

- Sortieren durch paarweises Vergleichen: je zwei Körperfäden werden in ihrer Länge verglichen bis alle der Größe nach geordnet sind.
- Sortieren durch simultanes Vergleichen: alle Körperfäden werden zu einem Strang gebündelt und der jeweils längste Faden wird herausgezogen.
- Sortieren durch arithmetisches Vergleichen: Die Körperfäden werden mit einem Maßband ausgemessen und die Zahlenwerte miteinander verglichen.

Im letzten Arbeitsschritt des Dokumentierens der Körperfäden wird differenziert im Kernprozess des Ordnen behandelt. Für die Analyse der Pro-

zesse werden Kriterien nach Hussmann & Prediger verwendet (vgl. Hussmann, & Prediger, 2007). Im „Reflektieren“ über die Erfahrungen aus dem Arbeitsprozess werden Schwierigkeiten und Strategien zur Überwindung bewusst gemacht. Im „Regularisieren“ können die individuellen Darstellungen mit dem regulären mathematischen Vorgehen abgeglichen werden und für die Weiterarbeit an Diagrammen zur Repräsentation von Körperfäden genutzt werden. Durch die Vorstellung der verschiedenen Arbeitsprodukte mit ihrer Vielfalt von Darstellungen lernen die Schüler(innen) ihre eigenen Wege mit anderen Strategien zu „vernetzen“ und in ihren Vor- und Nachteilen miteinander in Beziehung zu setzen.

#### **4. Zusammenfassung und Ausblick**

Offene Mathematik-Projekte, die handlungsorientiert und entdeckend mathematische Inhalt erschließen und lebensweltliche Verknüpfungen herstellen, ermöglichen ein differenziertes Arbeiten in heterogenen Lerngruppen. In allen Kernprozessen des Lernens der Schüler(innen) lassen sich differenzierte Arbeitsweisen und Strategien beobachten, was die Arbeit an Projekten in Lehr-Lern-Laboren für die Lehrer(innen)bildung sehr bereichernd macht: Studierende können das Arbeiten in inhaltliche geöffneten Lernumgebungen erleben und zielorientierte Lernbegleitungen erproben.

#### **Literatur**

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.) (2011a). „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. *Praxis der Mathematik in der Schule* 53 (37).
- Barzel, B., Prediger, S., Leuders, T. & Hußmann, S. (2011b). Kontexte und Kernprozesse – Ein theoriegeleitetes und praxiserprobtes Schulbuchkonzept. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 71-74.
- Helmerich, M., Lengnink, K. (2013). *Spürnasen Mathematik. Mathekartei für Klasse 3/4*. Berlin: Duden Schulbuchverlag.
- Hußmann, S., Prediger, S. (2007). Mit Unterschieden rechnen – Differenzieren und Individualisieren. *Praxis der Mathematik in der Schule* 49 (2007) 17.
- Peschel, F. (2011). *Offener Unterricht. Idee, Realität, Perspektive. Teil II: Fachdidaktische Überlegungen*. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, 6. Aufl.
- Theisen, Sarah (2014). *Leitideen und Vorstellungen der beschreibenden Statistik im Mathematikunterricht der Grundschule – didaktische Analyse und vergleichende Fallstudie*. Staatsarbeit zum 1. Statsexamen an der Universität Siegen.