

Katharina HOHN, Freiburg

## **Die Bedeutung der Qualität selbstgenerierter Repräsentationen für das Lösen von Textaufgaben**

Das selbstständige Lösen von Textaufgaben erfordert u.a. das Generieren von Repräsentationen im Rahmen der mathematischen Modellbildung. Dabei müssen Schüler-generierte Repräsentationen nicht per se von guter Qualität sein. Die nachfolgende Studie widmet sich der Frage nach der repräsentationalen Qualität mathematischer Modelle und ihrer Bedeutung für den Lösungserfolg.

### **1. Theoretischer Hintergrund**

Im Hinblick auf den Umgang von Schülerinnen und Schülern mit Textaufgaben fokussieren viele Forschungsarbeiten vorrangig auf das Verstehen der Testaufgaben (z.B. Mayer & Hegarty, 1996; Thevenot, 2010). Das Lösen der Aufgaben ist dabei weniger bzw. gar nicht von Interesse. Wie bereits Kintsch und Greeno (1985) feststellten, geht es beim Bearbeiten von Textaufgaben jedoch nicht ausschließlich um deren Verstehen, sondern auch um deren (richtige) Lösung. Das Verstehen der Textaufgabe stellt hierbei jedoch ein bedeutsames Teilziel im Bearbeitungsprozess dar. Schülerinnen und Schüler, die eine Textaufgabe nicht richtig verstehen, werden sie mit großer Wahrscheinlichkeit auch nicht richtig lösen können.

Das Lösen von Textaufgaben kann als Modellierungsprozess aufgefasst werden (vgl. Verschaffel, Greer, & De Corte, 2000). In Anlehnung an diese Betrachtungsweise werden im Nachfolgenden vorrangig das Situationsmodell und das mathematische Modell als Teilkomponenten des Modellierungsprozesses näher betrachtet. Dabei sind vor allem deren Qualitäten von Interesse. Bearbeiten Schülerinnen und Schüler Textaufgaben selbstständig, so können sie für die Konstruktion eines mathematischen Modells auf verschiedene Repräsentationsformen zurückgreifen. Dabei können zwei grundlegende Repräsentationsformen unterschieden werden (vgl. Cox, 1999; Schnotz, 2005; Borromeo Ferri, 2010): ikonische (z.B. Skizzen, Zeichnungen, Diagramme) und symbolische (z.B. Rechnungen, Gleichungen, Formeln). Da der Fokus der hier beschriebenen Forschung auf Schüler-generierten Repräsentationen lag, kann nicht davon ausgegangen werden, dass dieses per se von guter bzw. hoher Qualität sind.

Vor diesem Hintergrund ergaben sich zwei Forschungsfragen:

1. Wie „gut“ sind Schüler-generierten Repräsentationen im Rahmen der mathematischen Modellbildung?

2. Wie bedeutsam ist die Qualität Schüler-generierten Repräsentationen für den Lösungserfolg unter Berücksichtigung des Textverstehens?

## 2. Methodisches Vorgehen

Insgesamt nahmen 203 Schülerinnen und Schüler aus unterschiedlichen Klassenstufen an der Studie teil. Sie waren im Mittel circa 12 Jahre alt ( $M = 11.89$ ,  $SD = 9.62$ ). 37.3% aller Teilnehmer waren Mädchen. Die Verteilung der Schülerinnen und Schüler auf die einzelnen Klassenstufen war wie folgt: Viertklässler:  $N = 85$ , Sechstklässler:  $N = 81$  (Gymnasium), und Neuntklässler:  $N = 37$  (Gymnasium).

Alle Schülerinnen und Schüler erhielten insgesamt vier verschiedene problemhaltige Textaufgaben (vgl. Rasch, 2008) zur individuellen Bearbeitung, wie z.B. folgende: „Mutti, Vati und Paul fahren mit dem Dampfer. Für Kinder kostet es nur die Hälfte. Sie bezahlen insgesamt 30€. Wie viel kostet die Karte für einen Erwachsenen und wie viel kostet sie für ein Kind?“ Jede Textaufgabe wurde einmal durch die Versuchsleitung vorgelesen. Im Anschluss daran erfolgte die Aufgabenbearbeitung durch die Schülerin/den Schüler. Dafür standen verschiedene Hilfsmittel zur Verfügung: Aufgabenblatt, Stifte, Einerwürfel und Zehnerstangen. Durch die Versuchsleitung wurden keine Hilfestellungen oder konkreten Instruktionen zur Aufgabenbearbeitung gegeben. Auch gab es kein offizielles Zeitlimit, um die Schülerinnen und Schüler nicht unter Druck zu setzen.

Das individuelle Lösungsvorgehen wurde videographiert. Darüber hinaus wurde nach jeder Aufgabenbearbeitung ein kurzes, halbstrukturiertes, retrospektives Interview durchgeführt, um z.B. Details im Lösungsvorgehen zu erfragen. Das Videomaterial und die Interviews wurden durch drei geschulte Kodierer quantifiziert. Grundlage dafür bildete ein Kodiersystem, welches im Rahmen einer Pilotstudie entwickelt wurde. Die Intraklassenkorrelationen, als Kennwert für die Beobachterübereinstimmungen (Shrout & Fleiss, 1979), lagen zwischen .82 und 1.00, was für sehr gute Beobachterübereinstimmungen spricht.

Um die Forschungsfragen zu beantworten, wurden folgende Merkmale des individuellen Lösungsprozesses pro Aufgabe dichotom kodiert: eine symbolische Repräsentation wurde generiert, eine ikonische Repräsentation wurde generiert, und die Aufgabe wurde richtig gelöst. Darüber hinaus wurden pro Aufgabe die Qualität der symbolischen und ionischen Repräsentation (falls generiert), und die Qualität des Situationsmodells auf einer dreistufigen Skala kodiert: 0 = richtig und vollständig, 1 = richtig oder vollständig, aber nicht beides, 2 = weder richtig noch vollständig. Alle aufgabenspezifischen Kodiereinheiten wurden anschließend über die vier

Textaufgaben gemittelt. Die nachfolgenden Ergebnisse basieren auf diesen Mittelwerten.

### 3. Ergebnisse

Über alle Schülerinnen und Schüler hinweg wiesen die Schüler-generierten Repräsentationen im Rahmen der mathematischen Modellbildung eine mittlere Qualität auf ( $M = .79$ ,  $SD = .48$ ). Dabei fielen die ikonischen Repräsentationen besser aus ( $M = .65$ ,  $SD = .50$ ) als die symbolischen ( $M = .84$ ,  $SD = .51$ ). Intraindividuelle Vergleiche der Qualitäten der beiden Repräsentationsformen bei Schülerinnen und Schülern, die sowohl ein ikonisches als auch ein symbolisches mathematisches Modell generierten, ermöglichten die inferenzstatistische Absicherung dieses Befundes ( $t(116) = 7.95$ ,  $p < .001$ ). Ikonischen Repräsentationen waren somit von signifikant besserer Qualität als symbolische.

Um den Einfluss der Qualität Schüler-generierten Repräsentationen auf den Lösungserfolg, unter Berücksichtigung des Textverstehens, zu ermitteln, wurden hierarchische Regressionsanalysen durchgeführt. Hier zeigte sich in einem ersten Analyseschritt, dass neben der Klassenstufe ( $\beta = .20$ ,  $p = .001$ ) auch die Qualität des Situationsmodells ( $\beta = -.58$ ,  $p < .001$ ) mit einem besseren Lösungserfolg (i.S. von mehr richtig gelösten Aufgaben) einherging. Diese beiden Prädiktoren klärten zusammen 49% der Gesamtvarianz auf ( $R^2 = .49$ ,  $F(2, 199) = 95.51$ ,  $p < .001$ ). Ein zweiter Analyseschritt zeigte, dass neben der Klassenstufe ( $\beta = .18$ ,  $p < .001$ ) und der Qualität des Situationsmodells ( $\beta = -.70$ ,  $p < .001$ ) auch die Qualität der Schüler-generierten Repräsentationen ( $\beta = -.68$ ,  $p < .001$ ) für den Lösungserfolg bedeutsam war. Höhere Qualitäten gingen hier mit einem höheren Lösungserfolg einher. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass auch die Interaktion zwischen der Qualität des Situationsmodells und der Qualität der Schüler-generierten Repräsentationen ein signifikanter Prädiktor für den Lösungserfolg war ( $\beta = .71$ ,  $p < .001$ ). Bessere Situationsmodelle gingen also mit besseren mathematischen Modellen einher. Die zusätzliche Berücksichtigung der repräsentationalen Qualität und des Interaktionsterms erklärten weitere 13% der Varianz ( $\Delta R^2 = .13$ ,  $F(2, 197) = 33.23$ ,  $p < .001$ ).

### 4. Diskussion und Ausblick

Die beschriebene Studie konnte zeigen, dass die Qualität Schüler-generierter Repräsentationen im Rahmen der mathematischen Modellbildung von mittlerer Güte ist. Dabei wurde deutlich, dass im Besonderen das Generieren eines richtigen und vollständigen symbolischen mathematischen Modells eine besondere Herausforderung darstellt. Relevante Infor-

mationen und ihre Relationen zu selektieren und mathematisch zu repräsentieren, ist somit kein trivialer Schritt, auch bei der Lösung von Textaufgaben. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass neben dem Textverstehen die Qualität des mathematischen Modells für den Lösungserfolg bedeutsam ist. Ferner konnte empirisch bestätigt werden, dass die Konstruktion des mathematischen Modells nicht unabhängig von der Konstruktion des Situationsmodells ist.

Einschränkend muss jedoch berücksichtigt werden, dass es sich bei der beschriebenen Studie um einen ersten Versuch handelt, die Qualitäten des Situationsmodells und mathematischen Modells zu operationalisieren und inferenzstatistisch im Hinblick auf den Lösungserfolg zu berücksichtigen. Weitere Forschung ist jedoch notwendig, um eine differenzielle Befundlage zu ermöglichen. In diesem Zusammenhang wäre eine größere Bandbreite an Textaufgaben und auch klassischen Modellierungsaufgaben wünschenswert. Ebenso sollte zukünftige Forschung weitere schülerbezogene Merkmale berücksichtigen, wie z.B. deren Lesekompetenz, räumlich-visuelle Intelligenz, Präferenzen von Repräsentationen, etc.

## Literatur

- Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners' Modeling Behavior. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31(1), 99-118.
- Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, 9, 343-363.
- Kintsch, W. & Greeno, J. (1985). Understanding word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
- Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Hrsg.), *The nature of mathematical thinking* (S. 29-53). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Rasch, R. (2008). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Seelze: Kallmeyer.
- Schnotz, W. (2005). An Integrated Model of Text and Picture Comprehension. In R. E. Mayer (Hrsg.), *Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 49-69). Cambridge: Cambridge University Press.
- Shrout, P.E. & Fleiss, J.L. (1979). Intraclass correlations: Uses in assessing rater reliability. *Psychological Bulletin*, 86, 420-434.
- Thevenot, C. (2010). Arithmetic word problem solving: Evidence for the construction of a situation model. *Acta Psychologica*, 133, 90-95.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, the Netherlands: Swets & Zeitlinger.