Axel HOPPENBROCK, Paderborn

Wie diskutieren Studenten über Votingfragen in Anfängervorlesungen? – eine Fallstudie

Einleitung

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Votingfragen in eine Vorlesung zu integrieren. Beim Einsatz nach den Prinzip von Mazur (2009) liegt der Schwerpunkt in dem so genannten Peer Instruction. Hierbei wird den Studenten ein und dieselbe Frage zwei Mal gestellt. Zwischen den beiden Fragen haben die Studenten einige Minuten Zeit, sich mit den Kommilitonen über die richtige Lösung zu unterhalten. Die lernfördernde Wirkung dieses Einsatzes wurde in zahlreichen Studien mit quantitativen Methoden gezeigt (z.B. Deslauriers, Schelew, & Wieman, 2011; Hake, 1998; M. K. Smith et al., 2009). Nur wenig bekannt ist jedoch, wie die Studenten miteinander diskutieren und ob bzw. wie sie neues Wissen generieren. Mit dieser Studie soll ein Schritt gemacht werden, diese Lücke zu schließen.

Theoretischer Hintergrund

Die Votingfrage, anhand der das Diskussionsverhalten hier dargestellt wird, hatte das Ziel, den Umgang mit der mathematischen Sprache, insbesondere mit der Verschachtelung von Quantoren, zu schulen, denn viele Studenten haben gerade zum Studienbeginn großer Schwierigkeit mit diesem Verständnis (Nardi, 2011).

Die mathematische Sprache zeichnet sich gegenüber der Umgangssprache durch Präzision und Abstraktion aus. Ein Beispiel für mathematiktypische Ausdrucksweisen ist die Verschachtelung der Quantoren ∀ („für alle“) und ∃ („es gibt“). Hier zeigte Dubinsky, dass viele Studenten große Schwierigkeiten haben, AE („für alle…es gibt…“) und EA („es gibt…für alle…“) Aussagen zu verstehen oder die unterschiedlichen Bedeutungen zu erkennen. *„Most students [...] could not distinguish between AE and EA statements in mathematics and did not seem to be aware of the standard mathematical conventions for parsing statements.*” (Dubinsky & Yiparaki, 2000, p. 239).

2.1 Definition lokales Maximum

Sei D eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ und $f: D \to \mathbb{R}$ mit $x_o \epsilon D$:
Geben Sie an, welches eine mögliche und sinnvolle Definition für ein lokales Maximum ist:
x_o heißt lokale Maximumsstelle von f genau dann,

a) wenn für alle $\varepsilon \epsilon \mathbb{R}^+$ und alle $x \epsilon D$ mit $|x - x_o| < \varepsilon$ gilt: $f(x_0) \geq f(x)$.
b) wenn es ein $\varepsilon \epsilon \mathbb{R}^+$ gibt, sodass für alle $x \epsilon D$ mit $|x - x_o| < \varepsilon$ gilt $f(x_0) \geq f(x)$.
c) wenn für alle $\varepsilon \epsilon \mathbb{R}^+$ gilt: Es gibt ein $x \epsilon D$ mit $|x - x_o| < \varepsilon$ und $f(x_0) \geq f(x)$.

Abb. 1: Votingfrage zur Maximumsdefinition

Methodik

Die hier präsentierte Frage (siehe Abb. 2) wurde zu Beginn der zweiten Vorlesung im Rahmen der Studie eingesetzt, die in Hoppenbrock (2014) genauer

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

beschrieben ist. Das zentrale Lernziel lag darin, dass die Studenten sich mit Deutung von Variationen von VE und AE in einem mathematischen Kontext auseinandersetzen.

Sieben studentische Gruppendiskussionen wurden mit Hilfe von Diktiergeräten aufgezeichnet und anschließend transkribiert. Zur Auswertung wurde ein interpretativer Ansatz nach Voigt (1984) sowie Krummheuer und Naujok (Krummheuer & Naujok, 1999) gewählt.

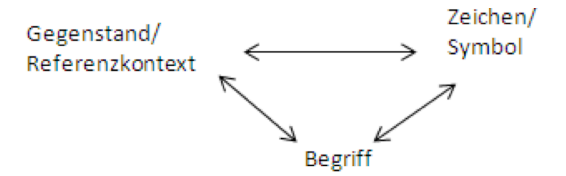

Abb. 2: Epistemologisches Dreieck

Um die Bedeutungsaushandlungen während der Diskussionen sichtbar zu machen, wurde auf die Theorie von Steinbring (2000) zurückgegriffen. Sie bietet eine gute Basis, um anhand des epistemologischen Dreiecks (Abb. 2) Bedeutungsaushandlungen – insbesondere zwischen Zeichen/Symbolen sowie Gegenstand/Referenzkontext – während eines Diskussionsprozesses offenzulegen, zu verstehen und zu veranschaulichen.

Ergebnisse

Nur 5 der 7 aufgezeichneten Diskussionen konnten nach der beschriebenen Methode analysiert werden, da eine Gruppe ihr Diktiergerät nach 17s ausstellte und eine andere Gruppe, nicht über die Frage diskutierte.

Schwierigkeiten und Fehldeutungen

Im Rahmen der fünf verschiedenen Diskussionen waren vier Fehldeutungen in mehreren Gruppen zu beobachten.

Ein Problem, das trotz Inhalt in den Lehrplänen vieler Bundesländern zu Beginn der Diskussionen häufiger auftrat, war die Differenzierung zwischen absoluten und lokalen Maximum: *„ich kenn ein Maximum aber was ist denn ein lokales Maximum.“*

Des Weiteren entschieden sich viele Studenten zunächst gegen Definition b, da sie den Ausdruck „es gibt ein ε ϵ IR“ in der Form „es gibt genau ein festes ε ϵ IR“ interpretierten, wie z.B. in der Aussage „es gibt ein ε ϵ IR mit $5^{\varepsilon}=27$“.

Der Favorit vieler Studenten war zunächst Definition a. Dabei wurde der Ausdruck „für alle ε ϵ IR“ als in „für beliebig kleine Epsilon“ (siehe Abbildung 3) mit dem Hinweis auf Definitionen zur Folgenkonvergenz und Stetigkeit gedeutet:

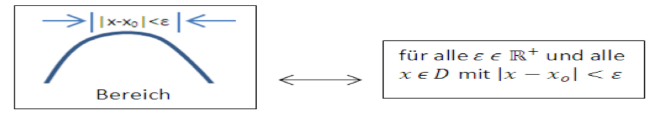

Abb. 3: Interpretation zu Definition a

Norbert: ich hätte das jetzt an den konvergenzbegriff angelehnt dass du diesen abstand immer kleiner machen kannst

Eine Gemeinsamkeit war, dass alle Studenten von $f(x)<f(x_0)$ sprachen, anstatt von $\leq$.

Zusammenarbeit der Gruppen

Zwei der fünf Gruppen konnten im Rahmen ihrer Diskussion die oben beschriebenen drei ersten Fehldeutungen überwinden und kamen nach weniger als 3 und knapp 6 Minuten zu der Erkenntnis, dass Definition a ein globales Maximum beschreibt und Definition b ein lokales. Eine weitere Gruppe stellte das Diktiergerät aus, als sie anfingen, sich mit dem Unterschieden von „für alle … für alle“ (Def. a) und „es gibt…für alle“ (Def. b) zu beschäftigen. Die vierte Gruppe traf auf den Kern des Problems zwischen diesen beiden Definitionen, beenden die Diskussion aber mit der Äußerung eines Studenten: „*[...] also meine intuition ist jetzt im prinzip gefestigt dass es eher a ist (-) mir fällt jetzt nur kein argument ein warum es b nicht ist*.“ Alle diese vier Gruppen haben im Gegensatz zur fünften Gruppe die Gemeinsamkeit, dass Anschauung und Definition auf einander bezogen, um so die richtige Definition zu finden. Die fünfte Gruppe hingegen versuchte, durch Rückgriff auf vorherige Definitionen und Sätze, in denen Epsilon verwendet wurde, zur Lösung zu kommen, entschieden sich aber für die Definition a. Wie angestrebt, fokussieren sich alle fünf Gruppen auf die Deutung der Kombinationsvariationen von „für alle“ und „es gibt“. Sie diskutierten intensiv und kooperierten auf Gute Art und Weise. Alle Äußerungen wurden ernst genommen und es wurde sachlich über die Inhalte diskutiert. Dabei machte es keinen Unterschied, ob die Gruppe eher homogen oder heterogen bzgl. des Leistungsvermögens[1] war; leistungsstarke profitierten ebenso wie leistungsschwächere.

Fazit/Diskussion

Nicht alle Gruppen kamen zum richtigen Ergebnis. Trotzdem waren diese Diskussionen nicht nutzlos. Diese Gruppen wurden erfolgreich auf Verständnisprobleme aufmerksam gemacht, wodurch die abschließende Besprechung der richtigen Lösung nach der zweiten Abstimmung, auf fruchtbaren Boden fallen würde und somit einen weiteren Lernfortschritt bewirken könnte. Diese lernfördernde Wirkung der Besprechung entspricht auch den Ergebnissen von Smith et al (2011).

[1] Als Maßstab für das Leistungsvermögen wurde die Note in der Abschlussklausur am Ende des Semesters genommen. Dabei kam es zu recht heterogenen Gruppen, bei denen sehr gute Studenten mit solchen diskutierten, die durch die Klausur gefallen waren.

Die Diskussionen bieten einen Einblick, wie schwer es für viele Studenten ist, mathematische Ausdrücke korrekt zu deuten und dass Diskussionen mit Kommilitonen und Verbalisierungen dieses Verständnis fördern können. Die Diskussionen zwischen den Abstimmungen bieten einen Anlass, sich in Umgangssprache über Mathematik zu unterhalten. Ein Gegenstand, der häufig zu kurz kommt, aber wichtig für das Verständnis ist (Nardi, 2011). Hierin liegt aus meiner Sicht ein wesentlicher Nutzen des Einsatzes von Votingfragen in Vorlesungen.

Literatur

Deslauriers, L., Schelew, E., & Wieman, C. (2011). Improved Learning in a Large-Enrollment Physics Class. *Science, 332*, 862-864.

Dubinsky, E., & Yiparaki, O. (2000). On Student Understanding of AE and EA Quantification. In E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.), *CMBS Conference Board of the Mathematical Sciences* (Vol. 8, pp. 239-289). Wahington, D.C.

Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics Teachers, 66*(1), 64-74.

Hoppenbrock, A. (2014). Was sind lehrreiche Votingfragen für Mathematikstudenten in Erstsemestervorlesungen? – eine Studentenbewertung. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 551-554.

Krummheuer, G., & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung* (Vol. 7). Opladen: Leske + Budrich.

Mazur, E. (2009). Farewell, lecture? *Science, 323*(5910), 50-51.

Nardi, E. (2011). *'Driving noticing' yet 'risking precision': University mathematicians' pedagogical perspectives on verbalisation in mathematics*. Paper presented at the Proceedings of the 7th Conference of European Researchers in Mathematics Education.

Smith, M. K., Wood, W. B., Adams, W. K., Wieman, C., Knight, J. K., & Su, T. T. (2009). Why Peer Discussion Improves Student Performance on In-Class Concept Questions. *Science, 323*, 122-124.

Smith, M. K., Wood, W. B., Krauter, K., & Knight, J. K. (2011). Combining Peer Discussion with Instructor Explanation Increases Student Learning from In-Class Concept Questions. *CBE-Life Sciences Education, 10*(1), 55-63.

Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion – Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. *Journal für Mathematik–Didaktik, 21*(1), 28-49.

Voigt, J. (1984). *Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen*. Weinheim, Basel: Beltz.