

Nils Manuel KRAUSE, Halle (Saale)

## **Thesen und Ansätze zu mathematischen Facharbeiten**

### **1. Mathematikfacharbeiten**

In Deutschland und anderen europäischen Ländern wurde eingeführt, dass Schülerinnen und Schüler vor Erreichen der Hochschulreife eine längere, eigenständig verfasste wissenschaftspropädeutische Arbeit schreiben. Meist sind solche Arbeiten etwa 10-15 Seiten lang und enthalten zum Beispiel Fußnoten und Literaturverzeichnis. Somit ähneln sie den Hausarbeiten in vielen Studiengängen. Für diese wissenschaftspropädeutischen Arbeiten gibt es ganz unterschiedliche Formate und Begriffe, wie *Profilarbeit* in den Niederlanden (niederländisch: *profielwerkstuk*) oder *Maturaarbeit* in der Schweiz. In Deutschland schreiben die Abiturientinnen und Abiturienten mancherorts eine *Facharbeit* und erhalten parallel zum Fachunterricht Hilfestellungen durch einen zugeordneten Betreuer (zum Beispiel in Nordrhein-Westfalen oder Sachsen-Anhalt). In anderen Ländern (wie Niedersachsen und Thüringen) werden sogenannte *Seminarfacharbeiten* im Rahmen eines eigenständigen Seminarfachs erstellt und betreut. „*Facharbeit*“ ist im Folgenden als Oberbegriff für die unterschiedlichen Bezeichnungen der wissenschaftspropädeutischen Arbeiten zu verstehen.

In der mathematikdidaktischen Forschung wird das Schreiben von Facharbeiten zu mathematischen Themen an verschiedenen Stellen gefordert (Reichel 1991, S. 66f.; Knechtel 2001, S. 67ff.; Meiringer 2010, S. 353). Empirische Forschungen zu dieser Thematik sind jedoch die Ausnahme. So gibt es lediglich partielle Informationen zum Anteil mathematischer Facharbeiten (Dettmers u.a. 2012, S. 257; Klembalski 2008, S. 522). Die Forderung nach mathematischen Facharbeiten wird meist nur mit den vermuteten positiven Effekten begründet. Eine Ausnahme stellt hier Meiringers Evaluationsstudie zur wissenschaftspropädeutischen Funktion von mathematischen Facharbeiten dar. Bezüglich der Wirkung von Facharbeiten auf das Mathematikbild gibt es bis jetzt keine Studien.

Im Rahmen der Forschungen zur Dissertation „Wissenschaftspropädeutik im Kontext vom Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe“ (Krause 2014) wurde sich dieses Desiderats angenommen. Im vorliegenden Artikel werden – nach kurzer Skizze des methodischen Designs – die zentralen Schlussfolgerungen zum Umgang mit mathematischen Facharbeiten, die aus diesem Dissertationsprojekt hervorgegangen sind, vorgestellt und auf neuartige Weise pointiert begründet.

## **2. Untersuchungsdesign**

Vor dem Hintergrund des beschriebenen Forschungsstands wurde sich für einen deskriptiv-explorativen Studienzuschnitt entschieden. Es wurde eine aus zwei Teilen bestehende Untersuchung in vier Bundesländern mit sich stark unterscheidenden kultusministeriellen Vorgaben bezüglich wissenschaftspropädeutischer Arbeiten (Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Sachsen-Anhalt und Thüringen) durchgeführt. Der erste Studienteil ist eine Fragebogenerhebung mit knapp 1000 Schülerinnen und Schülern. Hierbei ging es unter anderem darum, Aussagen über den Anteil mathematischer Facharbeiten treffen zu können. Der zweite Forschungsabschnitt – eine Fallstudie mit 17 Schülerinnen und Schülern, die eine mathematische Facharbeit schrieben – zielte darauf ab, den Prozess des Entstehens der wissenschaftspropädeutischen Arbeiten und deren Wirkungen nachvollziehen zu können. Bei dieser Fallstudie wurde eine Methodentriangulation (Fragebögen, Interviews, Inhaltsanalyse der Facharbeiten) durchgeführt.

Für beide Studienteile ist aufgrund des methodischen Designs ein Schluss auf die Grundgesamtheit nur bedingt möglich. In den Erhebungen zeigten sich jedoch deutliche Tendenzen. Insofern sind die Forschungsergebnisse als begründete Vermutungen zu verstehen, aus denen sich Thesen und Ansätze für den Umgang mit Mathematikfacharbeiten ableiten lassen.

## **3. Thesen**

These 1: „Mathematikfacharbeiten sollten häufiger geschrieben werden“ (Krause 2014, S. 148)

Die Fragebogenerhebung ergab, dass unter den Befragten nur eine kleine Minderheit die Facharbeit zu einem mathematischen Thema geschrieben hat: Der Anteil mathematischer Arbeiten lag bei 25 von knapp 1100 (Mehrfachnennungen waren hier möglich). Thematische Zugänge aus anderen Schulfächern wie Biologie (181 Nennungen), Geschichte (160 Nennungen) und Sozialkunde/Politik (157 Nennungen) wurden viel häufiger gewählt. Dieses Ergebnis deckt sich mit den wenigen Forschungsergebnissen, die es hierzu bereits gibt (Dettmers u.a. 2012, S. 257; Klembalski 2008, S. 522).

Gleichzeitig zeigte die Fallstudie positive Wirkungen der Facharbeiten zum Beispiel im Kontext der wissenschaftspropädeutischen Bildung und des Mathematikbild (hierfür wurde die Kategorisierung und Operationalisierung nach Grigutsch 1996 verwendet) auf. So ergab die Studie etwa, dass die Probanden schon zu Beginn ihrer Beschäftigung mit den Facharbeiten ein wünschenswerteres Mathematikbild haben als die Probanden der Vergleichsgruppe (Fragebogenbefragung mit knapp 1000 Gymnasiastinnen

und Gymnasiasten). Nach Abgabe der Facharbeiten wird dieses Bild von Mathematik bestätigt und ausgebaut: Die Probanden haben zum Ende der Studie hohe Werte beim Anwendungs-, Prozess- und Formalismusaspekt und stimmen Items zum (rigiden) Schemaaspekt verhältnismäßig wenig zu. Auch in den Schülerzitatens aus den Interviews zeigten sich die positiven Effekte der Facharbeiten, wie im folgenden Ausschnitt deutlich wird: „Was ich durch die Facharbeit gemerkt habe ist, dass die praktische Anwendbarkeit [der Mathematik] auf jeden Fall gegeben ist“.

Ferner zeigte sich, dass Mathematikfacharbeiten für ganz unterschiedliche Schülerinnen und Schüler (zum Beispiel im Hinblick auf die Schulnoten) leistbar sind. Alle Probanden gaben eine Facharbeit ab, die im Wesentlichen den Ansprüchen an solch ein Werk genügte. Kaum ein Fallstudienteilnehmer bereute, eine mathematische Facharbeit gewählt zu haben.

An die Forderung, dass mehr mathematische Facharbeiten in den Gymnasien geschrieben werden sollten, schließt sich These 2 unmittelbar an: „Es gibt Ansätze, die zur Erhöhung der Bedeutung von Mathematikfacharbeiten führen.“ (Krause 2014, S. 152)

Ein denkbarer Ansatz hierfür ist, verstärkt darauf zu achten, auch Schülerinnen für solche wissenschaftspropädeutischen Arbeiten zu motivieren. Sowohl im Rahmen der Fragebogenerhebung als auch in der Fallstudie schrieben deutlich mehr Jungen als Mädchen eine mathematische Facharbeit. Insofern liegt beim weiblichen Geschlecht in diesem Kontext das größte Entwicklungspotenzial vor.

Ganz andere Möglichkeiten, mehr Schülerinnen und Schüler für die Wahl einer Facharbeit zu einem mathematischen Thema zu motivieren, liegen in der Schaffung bestimmter Rahmenbedingungen. Fragebogenerhebung und Fallstudie legen den Schluss nahe, dass die jeweiligen Vorgaben auf kultusministerieller und einzelschulischer Ebene die Anzahl von Mathematikfacharbeiten beeinflussen. Die Studienresultate deuten darauf hin, dass das Angebot, mathematische Rahmenthemen für das Seminarfach (wie an einigen niedersächsischen Schulen) wählen zu können, den Anteil von Mathematikarbeiten genauso erhöht wie die Möglichkeit, die Facharbeitsnote im jeweiligen Schulfach einzubringen. Im Gegensatz dazu scheint die Thüringer Vorgabe, die Facharbeiten in Gruppen zu schreiben, eine besonders niedrigen Anteil mathematikbezogener Arbeiten nach sich zu ziehen.

Ein dritter Ansatz ist, den Schülerinnen und Schülern stärker die große Bandbreite von Themen und Zugängen für mathematische Facharbeiten zu verdeutlichen. Bei der Fragebogenerhebung zeigte sich, dass viele Gymna-

siastinnen und Gymnasiasten mathematischen Facharbeiten vergleichsweise ablehnend gegenüber stehen. Sehr oft begründeten sie dies damit, dass sie sich die Herangehensweise an Themen und Ansätze für Mathematikfacharbeiten nicht vorstellen können. Diese Schülermeinung steht in deutlichen Widerspruch zu den Resultaten der Fallstudie, die aufzeigte, dass mathematische Zugangsweise und Themenwahl sehr variabel sind. Während sich manche Probanden mit mathematikdidaktischen Untersuchungen auseinandersetzten, schrieben andere ihre Arbeiten zur Darstellung mathematischer Inhalte, zum Problemlösen oder nutzten Mathematik als zentrales Handwerkszeug, um Erkenntnisse in anderen Feldern zu erzielen.

Weitere in der Dissertation „Wissenschaftspropädeutik im Kontext vom Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe“ generierte Thesen lauten: „Eine individuelle Unterstützung der Schülerinnen und Schüler ist insbesondere beim Schreiben mathematischer Facharbeiten wichtig.“ „Die Zusammenarbeit von Schulen und Universitäten im Rahmen der Betreuung von Mathematikfacharbeiten ist sinnvoll.“ „Es wäre gut, wenn nach Verfassen der mathematischen Facharbeiten diese stärker vor der Öffentlichkeit präsentiert werden könnten.“ (jeweils: Krause 2014, S. 163)

## Literatur

- Dettmers, S., Lüdtker, O., Neumann, M. & Trautwein, M. (2010). Aspekte von Wissenschaftspropädeutik. In: G. Nagy, M. Neumann, O. Lüdtker & K. Maaz (Hrsg.), *Schulleistungen von Abiturienten: Die neu geordnete Oberstufe auf dem Prüfstand* (S. 243-266). Wiesbaden: VS
- Meiringer, M. (2010). *Das W-Seminar „Codierungstheorie“ als Chance für einen kompetenzorientierten, allgemeinbildenden Mathematikunterricht am Gymnasium*. Hildesheim: Franzbecker
- Krause, N.M. (2014). *Wissenschaftspropädeutik im Kontext vom Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe. Facharbeiten als mathematikdidaktischer Ansatz für eine Öffnung des Mathematikunterrichts zur Verbesserung der Studierfähigkeit und zur Veränderung des Mathematikbilds*. Unveröffentlichte Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
- Klembalski, K. (2008). Seminarkurs Kryptografie – Zahlentheorie. In: E. Vásárhelyi (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008: Vorträge auf der 42. Tagung für Didaktik der Mathematik von 13.3.2008 bis 18.3.2008 in Budapest* (S. 519-522). Münster: WTM
- Knechtel, H. (2001). Facharbeiten – neuer Bestandteil des Mathematikunterrichts. *mathematik lehren*, 104, S. 67-72.
- Reichel, H.C. (1991). *Fachbereichsarbeiten und Projekte im Mathematikunterricht. Mit Anregungen für das Wahlpflichtfach*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

tiver Strukturen hin und zum anderen auch auf die Unauslöschbarkeit bereits vorhandener Konzepte. In der Mathematikdidaktik scheint der letztgenannte Aspekt durch die Arbeiten Bauersfelds fundierter thematisiert worden zu sein, als in der Physikdidaktik. Eine Ursache liegt darin, dass die Erforschung von Präkonzepten in der Physikdidaktik eher deskriptiv erfolgt. Als weiterer Unterschied lässt sich die unterschiedliche Verbindung von subjektiven Lernvoraussetzungen und der Diskrepanz zwischen Alltagssprache und Fachsprache nennen. In der Physik sind Präkonzepte häufig sehr eng mit solchen begrifflichen Unstimmigkeiten verbunden. Ein Beispiel dazu ist der Begriff der Wärme, der nicht nur in der Umgangssprache etwas anderes bezeichnet als in der Fachsprache, sondern auch mit einem anderen Verständniskonzept verbunden ist, als in der Physik. In der Mathematik gibt es auch Unterschiede in Worten der Alltagssprache und den Fachtermini (Kegel, komplex,...), doch sind diese in der Regel so verschieden, dass sie nicht mit unterschiedlichen Verständniskonzepten einhergehen, die sich auf ein und dieselben Sache beziehen.

Die Diskussion der Unterschiede und Gemeinsamkeiten wurde von den Seminarteilnehmern in offenen Fragebögen, die gegenwärtig noch in der Auswertung sind, als sehr gewinnbringend beurteilt, da die Vermittlung der Inhalte des eigenen Faches an Interessenten aus benachbarten Fächern ein fundiertes Verständnis erfordert („Learning by teaching“). Zudem führt die komparative Analyse fachdidaktischer Ansätze aus benachbarten Fächern nach Einschätzung der Teilnehmer und Veranstalter zu einem tieferen Verständnis der jeweiligen Lernprozesse.

## Literatur

- Bauersfeld, H., Bussmann, H., Krummheuer, G., Lorenz, J. H. & Voigt, J. (1983): Lernen und Lehren von Mathematik. Köln: Aulis Verlag. Band 6, S.1-57
- Duit, R. (2009). *Students' and teachers' conceptions and science education*. Bibliography-STCSE. <http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/stcse/stcse.html>.
- Leuders, T., & Prediger, S. (2005). Funktioniert's? – Denken in Funktionen. *Praxis der Mathematik in der Schule*. Heft 2
- Kircher, E., Girwidz, R., Häußler, P. (Hrsg.) (2009): *Physikdidaktik – Theorie und Praxis*. Heidelberg: Springer Verlag. 2. Auflage, S. 615 ff
- Müller, R., Wodziniski R. & Hopf, M. (Hrsg.) (2007). *Schülervorstellungen in der Physik*. Köln: Aulis Verlag Deubner.
- Peterßen, W. H. (2000). *Fächerverbindender Unterricht*. München: Oldenbourg.
- Prediger, S. & Wittmann, G. (2009): Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule*. Heft 27
- Witzke, I. (2015). *Fachdidaktischverbindendes Lehren und Lernen im MINT-Bereich*. Tagungsband der 49. Jahrestagung der GDM