

Janina KRAWITZ, Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster

Wenn der Realitätsbezug zum Problem wird: „problematische“ Aufgaben und multiple Lösungen in der Primarstufe

Die Fähigkeit, realitätsbezogene Aufgaben zu lösen, ist eine wichtige Kompetenz, die national und international große Beachtung gefunden hat und im Unterricht weltweit vermittelt werden soll. Empirische Studien zeigen jedoch, dass Schülerinnen und Schüler bei Modellierungsaufgaben häufig direkte Rechenoperationen mit den gegebenen Zahlen durchführen, ohne den in der Aufgabenstellung gegebenen Realkontext angemessen zu berücksichtigen (Verschaffel et al., 2000). In der vorliegenden Untersuchung wurde der Einfluss der Aufforderung, eine zweite Lösung zu offenen Modellierungsaufgaben zu erstellen, auf diese ausgeprägte Neigung von Dritt- und Viertklässler (N=75) analysiert. Exemplarisch wird das Lösungsverhalten von Lernenden beim Bearbeiten einer spezifischen Modellierungsaufgabe, die in der Forschung als eine der so genannten Problematic Problems bekannt ist, betrachtet.

Offene Aufgaben mit multiplen Lösungen und Problematic Problems

Da offene Aufgaben nur einen Teil der für die Lösung notwendigen Informationen enthalten, erfordert ihre Bearbeitung das Treffen von Annahmen. Problematic Problems sind besondere offene Aufgaben, in denen das Aufstellen der Modellannahmen problematisch ist (Verschaffel et al., 1997). Der in der Aufgabenstellung gegebene Realkontext muss ernst genommen und durchdacht werden. Seit den Neunzigern wurden solche Aufgaben in mehreren empirischen Studien untersucht. Es zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler länderübergreifend große Probleme haben, bei diesem Aufgabentyp realistische Lösungen zu erstellen. Ein Grund dafür ist die ausgeprägte Neigung von Lernenden, ihr Alltagswissen vom mathematischen Lösungsprozess zu entkoppeln (Verschaffel et al., 2000). Weder Hinweise auf die erhöhte Aufgabenschwierigkeit noch realistische Illustrationen zum in der Aufgabe beschriebenen Sachverhalt haben Einfluss auf die geringe Anzahl von realistischen Lösungen (Dewolf et al., 2014; Yoshida et al., 1997). Eine Ursache für diese starke Neigung, Realität zu missachten, kann der übermäßige Umgang mit „Standard Problems“ im Mathematikunterricht sein (Verschaffel et al., 2000). Standard Problems sind Aufgaben, die durch die direkte Anwendung einer oder mehrerer arithmetischer Operationen der gegebenen Zahlen modelliert bzw. gelöst werden können. Demgegenüber ist bei Non-Standard Problems eine solche direkte Anwendung von Rechenoperationen mit den vorgegebenen Zahlen nicht zielführend.

Unterbestimmte oder offene Modellierungsaufgaben zählen demnach zu Non-Standard Problems, da Schülerinnen und Schüler auf ihr Weltwissen zurückgreifen müssen, um die benötigten Annahmen treffen zu können. Dafür muss der gegebene Realkontext verstanden werden. Beim Bearbeiten von Problematic Problems wird die Notwendigkeit Annahmen zu treffen, leicht übersehen.

Unterbestimmte Modellierungsaufgaben haben außerdem die Besonderheit, dass durch die Variation von Annahmen unterschiedliche Ergebnisse entwickelt werden können. In der Sekundarstufe I zeigte sich, dass die Entwicklung multipler Lösungen einen positiven Einfluss auf Leistungen und Metakognition hat (Schukajlow & Krug, in press). Für die Primarstufe fehlt es dazu bislang an empirischen Untersuchungen. Da sowohl die mathematischen wie auch metakognitiven Fähigkeiten im Verlauf der Grundschulzeit zunehmen (Kreutzer et al., 1975; Baumert & Köller, 1996), können Unterschiede zwischen den Klassenstufen der Primarstufe vermutet werden.

Forschungsfragen

Für die Untersuchung ergeben sich damit die folgenden Forschungsfragen:

1. Welche Unterschiede gibt es zwischen der dritten und der vierten Jahrgangsstufe beim Bearbeiten von Non-Standard Problems mit multiplen Lösungen?
 - a) Welchen Einfluss hat die Jahrgangsstufe auf das Lösen von Non-Standard Problems?
 - b) Gibt es zwischen den Jahrgangsstufen einen Unterschied bezüglich den Anzahlen richtiger erster und zweiter Lösung?
2. Wie wirkt sich die Aufforderung, eine zweite Lösung zu erstellen, auf die Lösungen von Problematic Problems aus?

Bezüglich der Forschungsfragen haben wir folgende Erwartungen:

Der mathematische und metakognitive Vorsprung der vierten Klassenstufe macht sich beim Lösen von Non-Standard Problems bemerkbar. Demnach müsste die vierte Klassenstufe sowohl in ihren Gesamtleistungen als auch spezifisch bei den zweiten Lösungen besser abschneiden.

Die Aufforderung, eine zweite Lösung zu erstellen, hat einen positiven Effekt auf die Entwicklung von realistischen Lösungen, da eine zweite Lösung ein stärkeres Durchdenken des Problems, bzw. Hineinversetzen in die Realsituation fordert.

Methode

Die Untersuchung wurde in vier Klassen (N=75) durchgeführt. Dabei handelte es sich um jeweils zwei Klassen der dritten (N=41) und vierten Jahrgangsstufe (N=34). Eingesetzt wurde ein 60-minütiger Test mit acht unterbestimmten, offenen Modellierungsaufgaben, darunter ein Problematic Problem. Zu jeder Aufgabe erhielten die Schülerinnen und Schüler die Aufforderung zwei Lösungen anzufertigen. Vorher wurde im Rahmen einer Instruktion erklärt, wie unterbestimmte Aufgaben durch das Treffen von Annahmen gelöst werden können.

Die Lösungen des Tests wurden dichotom kodiert und anschließend mittels des Raschmodells zweidimensional skaliert. Dabei bilden jeweils die ersten bzw. zweiten Lösungen eine Dimension. Beide Dimensionen weisen eine akzeptable Reliabilität auf. Aufbauend auf dieser Skalierung wurde eine Varianzanalyse über die latenten Schülerfähigkeiten durchgeführt, um Aufschluss über die möglichen Unterschiede zwischen der Dritten- und der Vierten Klassenstufe zu bekommen. Des Weiteren werden die Lösungsquoten des Problematic Problems näher betrachtet. Wirkungen der Aufforderung zur Erstellung zweier Lösungen auf die Aufgabenbearbeitung werden durch den Abgleich der empirischen und in den Literatur vorliegenden Lösungsquoten ermittelt. Abschließend werden die Lösungsquoten zwischen erster und zweiter Lösung verglichen.

Ergebnisse und Diskussion

Die Varianzanalyse mit den Faktoren „Jahrgangsstufe“ und „Lösungsnummer“ liefert einen signifikanten Unterschied zu Gunsten der vierten gegenüber der dritten Jahrgangsstufe ($\eta^2=0.26$; $p<.05$). Durch die Jahrgangsstufe wird somit 26 % der Varianz in Leistungen aufgeklärt, sodass ein großer Effekt dieses Faktors vorliegt. Hingegen wird die Interaktion zwischen der Klassenstufe und der Lösungsnummer nicht signifikant ($\eta^2=0.02$; $p>.05$). Die Vermutung, dass die vierte Klassenstufe speziell bei den zweiten Lösungen besser abschneidet kann also nicht bestätigt werden.

Spezieller zeigen die Lösungsquoten des Problematic Problems sowohl bei der ersten wie auch der zweiten Lösung deutlich höhere Werte als die in der Literatur genannten Zahlen [1. Lösung: 12 %; 2. Lösung: 16 %; Werte in der Literatur liegen zwischen 0 % und 8 % (Verschaffel et al., 2000)]. Dies ist ein möglicher Hinweis auf die Wirksamkeit des Treatments. Allerdings können die Unterschiede durch Stichprobeneffekte oder eine andere Kodierung entstanden sein. Auffällig ist außerdem, dass bei diesem Item die Lösungsquote der zweiten Lösung höher ist als die der ersten Lösung. Dieses Phänomen tritt bei keinem anderen Item des Tests auf. So haben

acht Schülerinnen und Schüler (10,7 %), die bei ihrer ersten Lösung einen unrealistischen Lösungsweg gewählt haben, bei der zweiten Lösung unter Einbeziehung ihres Alltagswissens eine realistische Lösung entwickelt. Der umgekehrte Fall – die erste Lösung realistisch und die zweite Lösung unrealistisch – kam so gut wie nicht vor. Dies spricht dafür, dass durch das Anfertigen der zweiten Lösung ein stärkeres Durchdenken des Problems gefördert wurde. Um eine zweite Lösung zu erstellen, haben sich die Schülerinnen und Schüler stärker in die Realsituation hineinversetzt, was das Anfertigen realistischer Lösungen begünstigt hat.

Die vorgestellten Ergebnisse geben Hinweise darauf, dass die Aufforderung, eine zweite Lösung zu erstellen, einen positiven Effekt auf das Anfertigen realistischer Antworten hat. Diese These soll in Folgeuntersuchungen überprüft werden.

Literatur

- Baumert, J., & Köller, O. (1996). Lernstrategien und schulische Leistungen. In J. Möller & O. Köller (Hrsg.), *Emotionen, Kognitionen und Schulleistung* (S. 137–154). Weinheim: Beltz, Psychologie-Verl.-Union.
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Ev Cimen, E., & Verschaffel, L. (2014). The Impact of Illustrations and Warnings on Solving Mathematical Word Problems Realistically. *The Journal of Experimental Education*, 82(1), 103–120.
- Kreutzer, M., Leonard, C., & Flavell, J. (1975). An interview study of children's knowledge about memory. *Monographs of the Society for Research in Child*, 40, 1–60.
- Schukajlow, S., Krug, A., & Rakoczy, K. (in press). Effects of prompting multiple solutions for modelling problems on students' performance. *Educational Studies in Mathematics*.
- Verschaffel, L., Corte, E. De, & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339–359.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- Yoshida, H., Verschaffel, L., & Corte, E. De. (1997). Realistic considerations in solving problematic word problems: Do Japanese and Belgian children have the same difficulties? *Learning and Instruction*, 7(4), 329–338.