

Katja LENGNINK, Gießen

## **Begriffe bilden im Geometrieunterricht – Eine Reflexion von Lehr-Lernprozessen**

Begriffsbildungsprozesse sind zentral beim Mathematiklernen, insbesondere auch in der Geometrie. In diesem Text werden zwei Szenen zum Erkunden ebener Figuren vorgestellt und auf die Begriffsbildungsprozesse hin analysiert. Sie stammen aus der Arbeit mit Besuchsklassen in der LernWerkstatt Mathematik der Universität Gießen, die kurz vorgestellt wird.

### **Konzept der LernWerkstatt Mathematik der Universität Gießen**

In der LernWerkstatt Mathematik (eingerrichtet 2012) werden Aktivitäten aus Studium und Forschung mit der Unterrichtspraxis und der zweiten Phase der LehrerInnenbildung verbunden. Damit werden drei Ziele verfolgt:

Studierende des Lehramts Mathematik werden mit Materialien und Methoden der Mathematikdidaktik vertraut gemacht. Sie lernen in der Arbeit mit Schülerinnen und Schülern ihr theoretisches Wissen reflektiert anzuwenden und arbeiten an theoretischen Reflexionen zur Praxis in Seminar- und Abschlussarbeiten. Dafür kommen Besuchsklassen in die LernWerkstatt. Zudem wird seit drei Jahren von Sebastian Schorcht ein Problemlösekurs für mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler angeboten, der jährlich von Studierenden vorbereitet und betreut wird. Die Aktivitäten werden anhand von Videoaufzeichnungen ausgewertet und reflektiert.

Über diese Arbeit im Rahmen des Studienangebots hinaus werden in der LernWerkstatt Prozesse der Vorstellungs- und Begriffsentwicklung zu mathematischen Inhalten untersucht. Dabei sind auch die Entwicklung von Lernumgebungen im Bereich der Sekundarstufen und deren systematische Analyse im Fokus. Hierfür werden Schülerbearbeitungen und Videos erhoben und hinsichtlich des Materialeinsatzes beim Lernen, den typischen Lernhürden und der Heterogenität beim Lernen ausgewertet.

Zuletzt dient die LernWerkstatt Mathematik als Ort für die Vernetzung zu inner- und außeruniversitären Einrichtungen. So finden regelmäßig Lehrerfortbildungen statt und es wurde eine Kooperation mit den Studienseminaren initiiert, mit dem Ziel, die Lernbereiche erster und zweiter Bildungsphase intensiver zu vernetzen.

### **Begriffsbildungsprozesse beim Geometrielernen – ein Beispiel**

Im Folgenden wird aus der Arbeit mit einer 5. Klasse einer Gesamtschule berichtet. Den Schülerinnen und Schülern wurden ebene Vierecke wie Dra-

chen, gleichschenklige Trapeze, Quadrate, Rechtecke und Parallelogramme aus Papier vorgelegt. Sie bekamen dazu die folgende Aufgabenstellung:

*Zerlege die Figur in Teile und lege sie zu einer anderen dir bekannten ebenen Figur zusammen. Schere und Kleber sind erlaubt.*

Die Aufgabe stellte einen Vertiefungsauftrag zur Arbeit an ebenen Vierecken dar. Die Eigenschaften ebener Vierecke wurden vorher bereits erarbeitet und sollten nun angewendet werden. Bei der Bearbeitung werden Eigenschaften (wie etwa parallel, gleichlang, symmetrisch, rechtwinklig) für den Aufbau neuer ebener Figuren genutzt. Es werden insbesondere Begründungsaktivitäten angeregt, wenn die neu erstellten Figuren benannt und ihre Eigenschaften geprüft werden, was mathematisches Argumentieren fördert. Darüber hinaus werden Vorstellungen zur Zerlegung von Vierecken und zum flächengleichen Zusammenlegen angebahnt, die im weiteren Unterricht für die Entwicklung von Flächeninhaltsformeln ebener Figuren genutzt werden können.

### **Szenen der Bearbeitung**

Marlene (M) betrachtet ein Drachenviereck und sucht durch Andeuten eines Faltprozesses eine Schnittmöglichkeit. Sie entscheidet sich für die Symmetrieachse. Eine Studentin (St) sitzt neben ihr:

M: „So, oder?“

St: Hmm (zustimmend).

Marlene führt den Schnitt aus und erhält zwei Dreiecke. Sie legt sie zunächst wieder zum Ausgangsdrachen zusammen.

M: „So wär‘s wieder ein Drachen.“

St: „Dann wär‘s wieder ein Drache. ... Und wie könntest du das irgendwie noch verknüpfen, dass es was anderes wird?“

Marlene legt die beiden kurzen Seiten der Teildreiecke zusammen und erhält ein Dreieck. Ein Dreieck hatte sie bereits aus anderen Figuren durch Zerlegen und Zusammenfügen erhalten.

M: „Aber dann wird‘s wieder ein Dreieck.“

St: „Dann wird‘s wieder ein Dreieck.“

M: „Ja.“

St: „Wolltest du was anderes machen?“

M: „Ja.“

St: „Und wenn du diese Seite an diese Seite kleben würdest?“

Marlene fixiert ein Parallelogramm, das sich von dem bereits aufgeklebten in seiner Form genügend unterscheidet.

Es fällt auf, dass Marlene die ebenen Figuren (Drache und Dreieck) mit ihren Namen benennen kann. Sie versucht, eine „neue“ Figur zu erhalten. Al-

lerdings hat sie bereits ein Dreieck, ein Rechteck und ein Parallelogramm auf ihr Papier geklebt, so dass ein vollständig neuer Formtyp nicht generiert werden kann. Die sprachliche Arbeit mit Marlene bleibt auf der Ebene des intuitiven Begriffsverständnisses stehen, die Figuren werden korrekt benannt, aber ihre Eigenschaften werden nicht thematisiert (Weigand 2009, S.119 ff). Dass Marlene mehr leisten könnte, wird an ihrem Kommentar in der zweiten Zeile der folgenden Szene deutlich.

Die Schülerin Julia (J) holt sich Hilfe bei der bereits in der vorherigen Szene beteiligten Studentin. Sie hat ein gleichschenkliges Trapez bereits durch einen Schnitt entlang seiner Symmetrieachse zerlegt. Marlene verfolgt das Gespräch, während sie die Teildreiecke zum Parallelogramm aufklebt.

St: „Also, ... Trapez,... da sind die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander.“

M: „Ach ist das das da?“ (zeigt auf eine aufgeklebte Figur auf ihrem Blatt)

St: „Genau, das war deine Ausgangsfigur.“

Wendet sich wieder Julia zu.

St: „Wenn du das einfach in der Mitte teilst, dann hast du halt ein kleines Trapez, weil die Seiten ja immer noch parallel zueinander sind. Ok?“

J: „Und wenn das hier noch länger wär, dann wär's ein Quadrat?“ (deutet auf die kürzere Seite der Parallelen)

St: „Nein, ... das ist ja immer noch ein Trapez, weil das hier so dreieckig ist.“

J: „Oder ein Rechteck. Also so könnte man's...“ (schiebt die beiden Trapezteile umgedreht aneinander)

St: „Aha“

J: „Ist aber ein Rechteck, oder?“

St: „Ist ein Rechteck? Sollen wir das nachmessen, oder siehst du das schon so?“

J: „Also ich finde, ... das sieht kürzer aus.“ (zeigt auf eine Seite der Figur)

St: „Sekunde.“ (greift nach einem Geodreieck auf dem Tisch) „Hier, miss nach.“

J: (misst die erste Seitenlänge der Figur) „Bei Null ansetzen. ... Das geht bis zur fünf ein halb.“

St: „Ok, 5,5.“

J: „Und das sind ... fast sieben.“ (misst die zweite Seitenlänge)

St: „Ok“

J: „Ich hatte Recht!“

St: „Rechteck, bin ich einverstanden.“

Wenngleich einige fachliche und methodische Schwierigkeiten in der obigen Szene aufscheinen, erreicht sie doch ein anderes begriffliches Niveau

als die erste Szene. So verwendet die Studentin zur Erklärung des Begriffs Trapez den Relationsbegriff der Parallelität von Seiten. Damit wird ein inhaltliches Begriffsniveau eingenommen. Die Schülerin zeigt anhand einiger Äußerungen, dass sie griffige Vorstellungen von ebenen Figuren hat, zum Beispiel beim Verlängern einer Trapezseite zum Quadrat. Diese werden allerdings in der Szene nicht weiter bearbeitet. Zudem fällt auf, dass Julia selbst auf die Verifikation ihrer Behauptungen drängt. („Ist aber ein Rechteck, oder?“) Dies führt zur Aktivität des Nachmessens, was allerdings nicht die entscheidenden Eigenschaften eines Rechtecks in den Blick nimmt.

### **Diskussion**

Die beiden Szenen verdeutlichen zum einen die große Heterogenität der Schülerinnen und Schüler einer Klasse in Bezug auf die begriffliche Durchdringung des Themenfeldes. Dies reicht von Schwierigkeiten beim intuitiven Begriffsverständnis (Benennen von Figuren) über inhaltliches Begriffsverständnis (Benennen von Eigenschaften) bis hin zum Beginn eines integrierten Begriffsverständnisses (Aufbau eines Begriffsnetzes). Zudem zeigt sich, dass es den Studierenden nicht leicht fällt, die begriffliche Arbeit mit Schülerinnen und Schülern gezielt anzuleiten. Die nötigen Theorien des Begriffslernens sind zwar theoretisch bekannt, können aber in der Praxis noch nicht umgesetzt werden. Es ist daher geplant, die Arbeit mit Videoausschnitten und Transkripten im Studienplan weiter zu auszubauen, um die Professionalisierung der angehenden Lehrkräfte in diesem Bereich langfristig anzulegen und unterrichtspraktisch anzubinden.

### **Literatur**

Weigand, H.-G., Filler, A. F., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B. & Wittmann, G. (2009). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Heidelberg: Spektrum.

Justus-Liebig-Universität Gießen (2015). *LernWerkstatt*. Verfügbar unter [http://www.uni-giessen.de/cms/fbz/fb07/fachgebiete/mathematik/idm/lernwerkstatt/index\\_html](http://www.uni-giessen.de/cms/fbz/fb07/fachgebiete/mathematik/idm/lernwerkstatt/index_html) [08.02.2015].