

Mathematische Exkursion – ein Beispiel für forschendes Lernen in der Ingenieurmathematik

Forschendes Lernen in der Ingenieurmathematik anzusiedeln erweist sich aus verschiedenen Gründen als schwierig: Die Motivation zur Beschäftigung mit der Sache an sich muss für den Prozess forschenden Lernens vorhanden sein (vgl. BAK 1970). Mathematik ist allerdings für Studierende der Ingenieurwissenschaften Mittel zum Zweck des anzustrebenden Berufsziels und das Interesse bezieht sich daher in der Regel eher auf die Bearbeitung von Anwendungsproblemen als auf die Auseinandersetzung mit der fachinhaltlichen Struktur, die auch Begriffsgenese, Herleitungen und Beweise einschließt. Als Lösung wird vielfach vorgeschlagen, insbesondere für diese Gruppe praktische Anwendungsprobleme zu entwickeln bzw. zu präsentieren (vgl. BAK 1970, Rooch et al. 2013). Im Kontext forschenden Lernens konkurriert dies jedoch mit der Erwartung, dass die Studierenden dezidiert allein die Entscheidung für ein interessantes Thema treffen in Kombination mit der Erwartung, dass sie nicht allein auf der Anwendungsebene bleiben, sondern auch mathematisch interessante Phänomene entdecken.

Konkret stand also die Erwartung im Raum, dass Studierende der Ingenieurwissenschaften sich im Rahmen forschenden Lernens in Mathematik mit Mathematik und ihren Strukturen auseinandersetzen sollten.

1. Mathematische Exkursion

Die Exkursion führte ins Mathematikum nach Gießen. Das Mathematikum bietet als „Science Center“ (Mathematikum Gießen 2007) die Möglichkeit „selbstständig Erfahrungen mit mathematischen Phänomenen“ zu machen. „Der Verbalisierungs- und Formalisierungsprozess sind dann weitere Stufen zu einem tiefen Verständnis des Phänomens, die aber in der Ausstellung nicht geleistet werden können“ (Mathematikum Gießen 2007).

Mit der Möglichkeit zur selbstständigen Auseinandersetzung mit den Exponaten war die Hoffnung verbunden, dass sich die Studierenden eigenmotiviert einem Exponat annehmen werden und sich ausgehend von diesem inhaltlich vertiefen, d.h. sich die mathematischen Hintergründe selbst zu erschließen. Dieser „Verbalisierungs- und Formalisierungsprozess“ war also in einer im Wintersemester 2014/2015 durchgeführten Wahlpflichtveranstaltung „Exkursion“ der „Forschungsauftrag“.

Die teilnehmenden Studierenden erhielten die Aufgabe, unter den mehr als 150 Exponaten des Mathematikums eines (oder auch mehrere zu einem

Thema) auszuwählen, den mathematischen Hintergrund zu recherchieren, hierüber einen Vortrag auszuarbeiten und diesen im Rahmen einer Fachtagung vor Studierenden des 1. und 2. Semesters zu präsentieren.

2. Auswahl und Tiefe der bearbeiteten Themen

An der Veranstaltung nahmen fünf Studentinnen, die zum Zeitpunkt der Exkursion im 3. Semester an der Fakultät Bauingenieurwesen studierten, teil. Die von ihnen ausgewählten Exponate haben die mathematischen Hintergründe „Goldener Schnitt“, „Kettenlinie“, „Leonardo-Brücke“, „Bernoulli-Effekt“ sowie „Zykloide (insbesondere Brachistochrone)“. Anhand der Bearbeitung der Kettenlinie soll im Folgenden aufgezeigt werden, welche mathematischen Aspekte sich die Studentin in dieser Veranstaltung selbst erarbeiten konnte.

Die Studentin fragte sich, warum ein an zwei festen Punkten aufgehängtes, frei durchhängendes, nur durch das Eigengewicht belastetes Seil besser durch die Funktionskurve einer hyperbolischen Funktion als durch eine Parabel beschrieben wird. Um eine Antwort auf diese Frage zu finden, beschäftigte sie sich intensiv mit der Herleitung der Kettenlinie, die sich in zwei Schritte gliedert: das Aufstellen der Differentialgleichung eines Seils (einer Kette) unter Eigengewicht und die Lösung dieser Differentialgleichung. Die Studentin arbeitete sich zunächst selbstständig in die Seilstatik ein und beschäftigte sich dann mit der Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen. Beide Gebiete waren ihr bis zu diesem Zeitpunkt nicht vertraut. Bei ihren Studien konnte sie auf ihr in den ersten beiden Studiensemestern erworbenes Grundlagenwissen (insbesondere in der Statik und der Differential- und Integralrechnung) und die dort vermittelten Methoden und Verfahren zurückgreifen.

Des Weiteren befasste sie sich mit der Situation eines Seils unter Streckenlast, das in guter Näherung durch eine Parabel beschrieben wird, sowie mit verschiedenen Eigenschaften der Kettenlinie.

Als angehende Ingenieurin zeigte die Studentin großes Interesse an den Anwendungen der Kettenlinie, insbesondere im Bauwesen. Wird eine Kettenlinie an der x -Achse gespiegelt, so entsteht eine Kurve, die in der Baustatik Stützlinie heißt. Sie hat die Form eines ausschließlich auf Druck belasteten Bogens, der sich durch eine besonders hohe Belastbarkeit und große Stützweiten auszeichnet. Das Exponat zur Kettenlinie im Mathematikum Gießen ermöglicht die Konstruktion eines solchen Bogens.

Für die Anwendung der Kettenlinie bzw. der Stützlinie gibt es zahlreiche Beispiele (verschiedene Bauwerke, Hängemodelle zur Planung von Tragwerken, u. s. w.), welche die Studentin neben der Herleitung und verschie-

denen Eigenschaften der Kettenlinie im Rahmen ihres Vortrags auf der studentischen Fachtagung vorstellte.

3. Rückblick

Forschendes Lernen im Rahmen dieser Exkursion ist gelungen. Die Studierenden haben ihr Thema selbst gewählt, sind motiviert und eigenständig in die Vertiefungsphase gegangen und haben sich über ihr Fachwissen hinaus neues Wissen angeeignet (vgl. Abschnitt 2). In der abschließenden Fachkonferenz haben sie in ihren Vorträgen gezeigt, dass sie durch diese eigenständige Arbeit Selbstbewusstsein im Fach erworben haben. Der Erwerb von Schlüsselkompetenzen war in dieser Veranstaltung vergleichsweise gut sichtbar. Ohne darauf im Detail eingehen zu wollen traf dies auf alle Studierenden zu, völlig unabhängig von ihrem fachlichen Vorwissen oder ihrer fachlichen Kompetenz, die sie im Rahmen der Ausarbeitung zeigten.

Leider wurde während der Veranstaltung auch deutlich, dass der Betreuungsaufwand hoch ist. Der individuelle Feedback-Prozess bei der Arbeit ist dringend notwendig, um Fragen zu beantworten. Es bleibt also nur, mit kleineren Gruppen (<15 Personen) in diesen Arbeitsprozess einzusteigen, um optimale Betreuung zu gewährleisten.

Abgesehen von der Betreuungslast durch die Individualisierung der Studierenden ist ein Ergebnis der Beobachtungen der mathematischen Lernwege der Studierenden während und nach der Exkursion, dass der Wissenszuwachs in Mathematik in der Breite relativ gering, aber in der Tiefe individuell hoch zu sein schien.

Insgesamt schließen wir, dass die Veranstaltung sich – nach einem Grundlagenstudium von zwei Semestern – gut dazu eignete, die Studierenden dazu zu bewegen das vorher erworbene Fachwissen zu rekapitulieren, sich selbstständig in die Mathematik zu begeben, eigene Fragestellungen zu entwickeln und zu bearbeiten und ihnen damit zu einem Selbstbewusstsein im Fach zu verhelfen.

4. Ausblick

Für das Fach Mathematik liegen bisher nur wenige Praxisbeispiele aus der Hochschule vor, die in die Kategorie des forschenden Lernens passen. Die vorgestellte Exkursion ist ein solches Beispiel.

Darüber hinaus erweitert die Exkursion in ein mathematisches Science Center das Feld typischer Ansätze forschenden Lernens. Die Kompetenzentwicklung der Studierenden generiert sich weder aus einer Anwendung/Praxis heraus, noch durch theoretische Modelle oder empirische Forschung (Schneider & Wildt 2013), wobei sich letztere im Fach Mathematik mit

Anwendungen deckt. Die selbstständige und „forschende“ Arbeit am Exponat entspricht vielleicht eher exemplarischem Lernen, wobei das Exemplarische nicht nur selbst gewählt wurde, sondern auch haptisch erfahrbar war.

Um forschendes Lernen in der Mathematik weiter zu entwickeln, halten wir den Ansatz des Exemplarischen in der Form, wie es geschildert wurde, für vielversprechend.

Science Center als Orte, an denen Kernideen der Wissenschaft für jedermann zugänglich aufbereitet sind, könnten auch für andere Fächer im Kontext forschenden Lernens von Interesse sein.

Literatur

Bundesassistentenkonferenz (BAK), Forschendes Lernen – Wissenschaftliches Prüfen, Schriften der BAK (5) Bonn, 1970.

Dankert, J. & Dankert, H. (2013): Technische Mechanik – Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Graefe, R. (1986): Zur Formgebung von Bögen und Gewölben, in: *architectura* - Zeitschrift für Geschichte der Baukunst, S. 50-67

Mathematikum Gießen (2007): Mathematik zum Anfassen – 50 mathematische Experimente, Gießen: Sommerlad&Seim.

Rooch, A., Härterich, J., & Kiss, C. (2013): Brauchen Ingenieure Mathematik? Wie Praxisbezug Ansichten über das Pflichtfach Mathematik verändert. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber, T. Wassong (Hrsg.): *Mathematische Vor- und Brückenkurse – Konzepte, Probleme und Perspektiven*. Wiesbaden: Springer Spektrum, S. 398-409.

Schneider, R. & Wildt, J. (2013): Forschendes Lernen und Kompetenzentwicklung. In: L. Huber, J. Hellmer & F. Schneider: *Forschendes Lernen im Studium – Aktuelle Konzepte und Erfahrungen*; Bielefeld: UVW, S. 53-78.

Schupp, H. & Dabrock, H. (1995): *Höhere Kurven – Situative, mathematische, historische und didaktische Aspekte*. Mannheim: BI.

Walter, W. (2000): *Gewöhnliche Differentialgleichungen*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.