

Selina PFENNIGER, Helmut LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN,  
Brugg

## Wie entscheide ich mich?

Themen der Spieltheorie gehören nicht zum Inhaltskatalog der Lehrpläne für den Mathematikunterricht in der Schweiz. Das ist insofern zu begrüßen, als eine unreflektierte Übernahme eines „homo oeconomicus“ Modells wohl mehr Schaden als Nutzen bringen würde. Andererseits wird damit der Themenbereich rationaler Entscheidungen, zu dem auch der Mathematikunterricht etwas beitragen könnte, ausgeklammert. Gerade dieser Themenbereich wäre jedoch wichtig, da das PISA-Konzept der „mathematical literacy“ (OECD, 2003, S. 24) und das Kompetenzkonzept der Klieme-Expertise (Klieme, 2003, S. 21), an denen sich die Bildungsstandards der Schweiz und anderer Länder orientieren (vgl. Linneweber-Lammerskitten, 2014, S. 9ff.), nicht auf bloßes Wissen abzielt, sondern auf die Fähigkeit und Bereitschaft, dieses Wissen in *Handlungen* umzusetzen. So heißt es in der Einleitung zu den mathematischen Bildungsstandards der Schweiz: „Mathematische Grundkompetenzen sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, die Welt (in der weitesten Bedeutung des Wortes) zu verstehen, sie konstruktiv, engagiert und reflektiert mitzugestalten und sich selbst in ihr zu entfalten und weiterzuentwickeln“ (EDK, 2011, S. 5). Handlungskompetenz setzt aber die Fähigkeit und Bereitschaft voraus, sich rational zu entscheiden. Es erscheint somit sinnvoll, dass sich die Mathematikdidaktik dieses Themas annimmt. Dies um so mehr, als rationale Entscheidungen begründbar und für andere nachvollziehbar sein müssen und somit Gelegenheit bieten, die Kompetenzaspekte „Argumentieren und Begründen“, sowie „Darstellen und Kommunizieren“, die in den Bildungsstandards explizit genannt werden, samt ihren sprachlichen Voraussetzungen im Mathematikunterricht zu fördern. Die Spieltheorie bezieht sich auf Entscheidungssituationen, welche von zwei (oder mehr) Handelnden beeinflusst werden können. Die im Titel formulierte Fragestellung kann also erweitert werden zu: „Wie entscheide ich mich in Abhängigkeit von der Entscheidung der anderen?“ Dabei kann man das Fragewort ‚Wie‘ auf zweierlei beziehen: (i) auf das *Resultat der Entscheidung* (ii) auf den *Weg der Entscheidungsfindung*, d.h. den *Entscheidungsprozess*. Für den Mathematikunterricht steht die zweite Interpretation im Vordergrund: Es geht darum, allein und mit anderen wichtige Elemente von Entscheidungssituationen zu erkennen, Handlungsstrategien und ihre Alternativen zu klären, Präferenzordnungen zu erstellen, sich in die Situation der Mitspielenden hineinzudenken, Konsequenzen von Strategiekombinationen zu erkennen und sich

Modifikationen der Entscheidungssituation vorzustellen. Man könnte dies als „propädeutischen Zugang zur Spieltheorie“ bezeichnen.

### **Hypothesen:**

Für eine Voruntersuchung in einer siebten Sekundarschulklasse wurde eine Lernumgebung mit spieltheoretischen Inhalten konzipiert und eingesetzt, die zum einen sprachbezogene mathematische Grundkompetenzen fördern, zum anderen einen propädeutischen Zugang zur Spieltheorie ermöglichen sollte. Dazu wurden die folgenden beiden Hypothesen formuliert:

- Mit ausgewählten Inhalten der Spieltheorie lassen sich mathematische Grundkompetenzen aus den Kompetenzbereichen *Darstellen und Kommunizieren* sowie *Argumentieren und Begründen* fördern.
- In *propädeutischer Form* kann die Spieltheorie als Teil der Mathematik gewinnbringend auf der Sekundarstufe I in den Unterricht eingebracht werden.

Um die erste Annahme stützen zu können ist zu erläutern, welche Inhalte der Spieltheorie Eingang in den Schulunterricht finden sollen und wie sie sich mit den Grundkompetenzen verbinden lassen. Die zweite These impliziert, dass die Spieltheorie in ihrer Komplexität nicht direkt für den Unterricht geeignet ist, sondern eine Annäherung in propädeutischer Form nötig ist. Zu zeigen bleibt, dass auf diese Weise Schülerinnen und Schüler in Bezug auf die angestrebten Ziele Fortschritte machen können.

### **Spieltheorie als Inhalt für die Sekundarstufe I**

Die Spieltheorie ist ein Bereich der Mathematik, der vor allem als Modell sozialer, wirtschaftlicher und biologischer Situationen Bedeutung erlangt hat. Sie greift auf eigene Darstellungsformen und Begriffe zurück, modelliert soziale Interaktionen als Spiel und erlaubt es, auf mathematischer Basis zu überlegen, welches die beste Antwort eines Spielers auf die Optionen mindestens eines weiteren Spielers ist. Der Inhalt wurde für den Unterricht auf wenige Elemente heruntergebrochen. Es wurden nur Zweipersonenspiele mit zwei möglichen Strategien, reiner Strategiewahl und gemeinsamer Präferenzordnung betrachtet. Als Darstellungsmittel wurden nur Resultatmatrizen (mit Beschreibungen der Resultate ohne Pay-off) und Bi-Matrizen (Pay-off-Matrizen mit zwei Einträgen pro Zelle) gewählt.

### **Die Aufgabenstellungen und ihre Ziele**

Nach einem Einstieg mit dem Spiel ‚Schere, Stein, Papier‘ erfolgte die inhaltliche Erarbeitung der Begriffe „Spieler“, „Strategie“ und „Auszahlungswert“, sowie die Analyse der Muster in der Matrixdarstellung des

Spiels. Dies weckte das implizite Verständnis für wichtige Merkmale von Spielen im Sinne der klassischen Spieltheorie: (i) dass es sich um Entscheidungssituationen handelt, an denen mehrere *Personen* beteiligt sind, (ii) dass die Spieler *Präferenzen* bezüglich der Spielausgänge haben (iii) dass der Ausgang des Spiels (in der Regel) *von den Entscheidungen aller Spieler beeinflusst* wird, (iv) dass die einzelnen Spieler bestimmte *Informationen* über die anderen Spieler und deren Präferenzen besitzen. Auf die kompetitive Situation des Einstiegbeispiels folgte ein Beispiel eines Spiels mit einer Win-Win-Situation. Auf Grund der zugehörigen Bi-Matrix sollten die Schülerinnen und Schüler erkennen und begründen, dass es sich bei diesem Spieltyp für jeden der beiden Spieler lohnt, zu kooperieren, unabhängig von der Strategiewahl des anderen. Zwei weitere Spielbeispiele betrafen Dilemmasituationen: das eine ist als „Chickenspiel“ bekannt, das andere entsprach dem Gefangenendilemma in der Einkleidung eines Tauschhandels. Die Aufgabenstellungen zum Chickenspiel sollten dazu anregen, Aussagen und mögliche Entscheidungen zu reflektieren, die Matrix zum Tauschhandelsspiel dazu, Diskussionen über faires und unfaires Verhalten, und über Modifikationen der Matrix zu führen. Alle Aufgaben sollten kooperativ in Partner-/Gruppenarbeit gelöst, und die so entstanden Diskussionen in einem Klassengespräch aufgegriffen werden.

## **Ergebnisse**

Die Auswertung der schriftlichen Dokumente ergab folgendes Bild:

- Es gelang mit dem Spiel ‚Schere, Stein, Papier‘ ein erstes Verständnis für spieltheoretische Grundbegriffe zu vermitteln und die Darstellungskompetenz (Gebrauch von Matrizen) zu erweitern. Die gewählten Strategien wurden ins Bewusstsein geholt und dokumentiert. Dass kein Spieler allein ein Ergebnis herbeiführen kann, wurde berücksichtigt und beide Spieler in die strategischen Überlegungen einbezogen.
- Beim kooperativen Spielbeispiel wurde die mögliche Win-Win-Situation erkannt und die Rationalität der Wahl mit den für beide Parteien maximalen Auszahlungswerten begründet.
- Dilemmasituationen sind komplex und anspruchsvoll - entsprechend different war die Qualität der Argumentationen. Es wurden beim Tauschhandelsspiel Überlegungen entweder nur in Bezug auf das eigene, oder aber auch auf das allgemeine Wohl angestellt; im Chickenspiel wurde entweder nur die Alternative Zusammenstoß/kein Zusammenstoß, oder gleichzeitig auch die Frage des Held-sein-Wollens in die Überlegungen einbezogen. Bei beiden Spielbeispielen ergaben sich Gespräche über die Rolle der Prioritäten, und über die Bedeutung von Mat-

rixzellen, bei denen für keinen Spieler ein Anreiz besteht, zu wechseln, solange der andere Spieler bei seiner Wahl bleibt (Nash-Gleichgewicht). Beim Tauschhandel wurde nach generellen Überlegungen zum Verhalten die Präferenzliste so verändert, dass Fairness oberste Priorität hatte oder die Auszahlungsmatrix wurde so modifiziert, dass sich unfaires Verhalten nicht mehr gelohnt hat.

## Diskussion der Hypothesen

Die Matrizen wurden als geeignetes Mittel zur Darstellung und Kommunikation spieltheoretischer Inhalte erkannt und benutzt. Mit ihrer Hilfe konnten Probleme mathematisch angegangen, Lösungsvorschläge begründet und Ergebnisse reflektiert werden. Ebenso wurde das Modell bewusst so verändert, dass die Entscheidung sich in eine gewünschte Richtung bewegte. In Bezug auf den Kompetenzaspekt Argumentieren und Begründen ließen sich zwei Kompetenzstufen ausmachen: auf einer niedrigeren Stufe wurde eine Strategie gewählt und unter Berücksichtigung eines Gesichtspunktes begründet. Auf einer höheren Stufe wurden weitere Aspekte (u.a. die Modifikation der Matrix oder der Prioritätenordnung) mit einbezogen. In propädeutischer Form konnte die Spieltheorie als Teil der Mathematik gewinnbringend auf der Sekundarstufe I in den Unterricht eingebracht werden.

## Literatur

- Girnat, B. (2011): „Mathematik auf der Anklagebank – Didaktische Überlegungen zu einem Ausflug in die Spieltheorie“. In A. Eichler: *Materialien für einen realitätsbezogenen Unterricht* (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe), Band 15, S. 63-74.
- Klieme, Eckhard u.a. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. [http://www.bmbf.de/pub/zur\\_entwicklung\\_nationaler\\_bildungsstandards.pdf](http://www.bmbf.de/pub/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf), recherchiert am 18.03.2013.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2014). Mathematikdidaktik, Bildungsstandards und mathematische Kompetenz. In Linneweber-Lammerskitten, H. (Ed.) (2014). *Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II.* (S. 9-27). Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Luce, D. und Raiffa, H. (1957). *Games and Decisions – Introduction and Critical Survey*. New York: Dover Publications.
- OECD (2003): PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills - Publications 2003. <http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf> recherchiert am: 18.04.2013
- Picher, F. (2008): Sozialreflexion im Mathematikunterricht: Kooperation oder Verweigerung. *Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik*. München: Profil.
- Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren (EDK) (2011). Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards. [http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp\\_math\\_d.pdf](http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf) (29.03.15)