

Melanie PLATZ, Landau, Engelbert NIEHAUS

To “E” or not to “E”? - That is the Question. Chancen & Grenzen eines E-Proof-Systems zur Förderung von Beweiskompetenzen

Vorgestellt werden erste Ergebnisse einer Voruntersuchung zur Herangehensweise an mathematische Beweise von Schülerinnen und Schülern (SuS) mit besonderen mathematischen Begabungen, die an der *Schüleruniversität der Universität Koblenz-Landau, Campus Landau*, teilnehmen. Die Forschungsfrage ist: *Welchen Beitrag leistet ein E-Proof-System für das Verständnis von Beweisstrukturen?* Die Ergebnisse werden verwendet, um Schlussfolgerungen für die weitere Konzeption für die Beweisunterstützung in der *Schüleruniversität* zu ziehen.

1. Einleitung

Um zwischen gegebenen Voraussetzungen und der Behauptung eine logisch korrekte Beweisssequenz zu erzeugen (Interpolationsbeweise), benötigen SuS i.d.R. weitere fachmathematische Lernvoraussetzungen und eine erweiterte Kenntnis der mathematischen Formelsprache. Einige Lernvoraussetzungen, die weit über das jeweilige Jahrgangsstufenniveau hinausführen, können sehr schnell von den SuS erworben werden, andere Lernvoraussetzungen für das Beweisen bedürfen einem hohen Arbeitsaufwand. Zielsetzung ist es, die von den SuS leicht ausgleichbaren Lernvoraussetzungen von den nur schwer ausgleichbaren zu trennen und die Wirkung von interaktiven Unterstützungen beim eigenständigen Explorieren von Beweiswegen zu untersuchen. Das Untersuchungsdesign bezieht sich dabei auf Experimental- und Kontrollgruppen, denen bestimmte Unterstützungsoptionen in einem webbasierten E-Proof-System angeboten bzw. nicht angeboten werden. Gemessen wird dann die Fähigkeit, einen neuen unbekanntem Beweis zu führen. Dabei gehen wir der Frage nach, welchen Beitrag ein E-Proof-System für das Verständnis von Beweisstrukturen leistet. Die Ergebnisse werden verwendet, um Schlussfolgerungen für die weitere Konzeption für die Beweisunterstützung von SuS zu ziehen. Ziel der Verwendung eines E-Proof-Systems in diesem Kontext ist die schrittweise Heranführung der Lernenden an einen selbst erstellten Beweis mit Stift und Papier (Paper&Pencil) ohne jegliche Hilfestellungen. Dabei ist das E-Proof System als Interpolationshilfe zwischen einem fertigen Beweis in einem Buch und dem selbst erstellten Paper&Pencil-Beweis anzusiedeln. In einem ersten Schritt kann der Beweis schrittweise am PC nachvollzogen werden (vgl. Alcock & Wilkinson, 2011), anschließend sollen Beweisfragmente geordnet werden (Beweispuzzle, vgl. Ensley & Crawley, 2006) und

schließlich können falsche Beweisfragmente hinzugefügt werden, die durch die Diagnose von typischen Fehlern bei den Studierenden ermittelt werden (vgl. u.a. Winter, 2011). Auf diesem Weg werden die Freiheitsgrade erhöht, aber auch der Korrekturaufwand. Ziel ist es, durch das E-Proof-System den Korrekturaufwand bei möglichst hohen Freiheitsgraden möglichst gering zu halten.

2. Explorative Vorstudie

Eine explorative Vorstudie wurde mit 6 Teilnehmer/-innen der *Schüleruni* und 14 Lehramtsstudent/-innen des Faches Mathematik der *Universität Koblenz-Landau* durchgeführt. Die *Schüleruni* des *Campus Landau*, ermöglicht es begabten SuS bereits während der Schulzeit ein Frühstudium aufzunehmen. Die SuS nehmen dabei an regulären Lehrveranstaltungen an der Universität teil und können Leistungsnachweise erwerben und Prüfungen ablegen. Im *mathematischen Umweltlabor* arbeiten SuS gemeinsam mit Student/-innen aus den Umweltwissenschaften und Studierenden für das Lehramt Mathematik an projektorientierten Fragestellungen. In diesem Semester besuchten die (Früh-)Studierenden die Veranstaltung *Grundlagen der Funktionentheorie*. Im Rahmen der Vorstudie sollten die Probanden drei Sätze beweisen, welche folgendermaßen eingestuft werden können: Satz 1: Bekannt & Leicht (mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/Satz-1.png), Satz 2: Unbekannt & Leicht (mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/Satz-2.png), Satz 3: Unbekannt & Schwer (<http://mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/Satz-3.png>). Alle drei Sätze wurden zum Beweisen mit Hilfestellungen (mH) und ohne Hilfestellungen (oH) im E-Proof-System *IMathAS* bereitgestellt, Satz 1 konnte zudem mit Paper&Pencil (PP) bearbeitet werden, da sich ein bekannter und leichter Beweis dafür am besten eignete. (Satz 1 mH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz1-mH.html; Satz 1 oH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz1-oH.html; Satz 1 PP: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/Satz1-PP.pdf; Satz 2 mH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz2-mH.html; Satz 2 oH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz2-oH.html; Satz 3 mH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz3-mH.html; Satz 3 oH: mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/IMathAS-Satz3-oH.html). *IMathAS* ist ein web-basiertes *Internet Mathematics Assessment System* (freie Software), das in einem Webbrowser genutzt werden kann. Eine Punkteübersicht (Gradebook) fasst die automatische Bewertung des Beweises und die manuelle Bewertung von Teilleistungen für einen mathematischen Test zusammen. *IMathAS* erlaubt die akurate Anzeige von mathematischen Ausdrücken und Graphen. Durch eine Randomizer-Funktion können individuelle Tests für

Lerner kreiert werden, wobei die Fragen strukturäquivalent sind. Somit können Ergebnisse nicht abgeschrieben werden, die Lerner müssen die Aufgaben selbst lösen. Der größte Vorteil für Lehrer/-innen bzw. Autoren bietet ein gemeinsames offenes Repository mit Fragen und Aufgaben, zu dem jeder Autor, der auf den gleichen Server zugreift, beitragen und auf das jeder Autor zugreifen kann und die Aufgaben modifizieren und verwenden kann, (vgl. Platz et al., 2014). Die Testgruppe wurde zunächst zufällig in die Gruppen mit Hilfestellungen und ohne Hilfestellungen eingeteilt, d.h. jede Gruppe bestand aus 3 SuS und 7 Student/-innen. Anschließend wurde jeweils ein Proband der Gruppen in die Paper&Pencil-Gruppe für Satz 1 eingeteilt, die Paper&Pencil-Gruppe sollte also aus 4 Probanden bestehen. Jedoch wechselten 3 dieser 4 Probanden während der Studie in die *IMathAS*-Gruppe. Ursache dafür ist vermutlich zum einen die Neugierde, die das E-Proof-System weckt, zum anderen die Tasche, dass eine E-Klausur mit diesem System geschrieben werden soll und die Probanden es deshalb bevorzugten den Umgang mit dem System zu trainieren, als mit Paper&Pencil zu arbeiten. Anschließend wurden die Probanden mit einem auf die Testgruppen zugeschnittenen Fragebogen befragt (siehe mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/E-Proofs-Befragung-PC-mh.pdf & mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/E-Proofs-Befragung-PC-oh.pdf & mathematik.uni-landau.de/download/Platz/E-Proof/E-Proofs-Befragung-PP.pdf). Es wurde gefragt, ob der Beweis bekannt war, ob er gelungen ist und ob er schwer gefallen ist. Außerdem wurden Fragen zur Qualität der bereitgestellten Hilfestellungen gestellt und es konnten weitere Hilfestellungen von den Probanden vorgeschlagen werden. Bei der Auswertung der Ergebnisse konnte festgestellt werden, dass die Bearbeitungszeit (ca. 80 Minuten) zu kurz gewählt war: Satz 3 wurde gar nicht und Satz 2 nur von sehr wenigen Probanden bearbeitet. Die SuS schnitten besser ab als die Student/-innen. Eine negative Selbsteinschätzung der SuS und der Student/-innen konnte festgestellt werden. Obwohl die Aufgaben mit Hilfestellungen etwas besser gelöst wurden, als diejenigen ohne Hilfestellungen, wurden die bereitgestellten Hilfestellungen von den Probanden als eher weniger hilfreich eingestuft, wobei an einigen Stellen die Hilfestellungen nicht richtig identifiziert wurden. Anscheinend wurden die Hilfestellungen teilweise auf Grund von technischen Schwierigkeiten und Bedienproblemen mit dem System gar nicht verfolgt.

3. Zusammenfassung und Ausblick

In das System *IMathAS* können E-Proofs, sowie Hilfestellungen, um Beweiskompetenzen bei Lernern zu fördern, implementiert werden. Aus der durchgeführten explorativen Vorstudie kann die Struktur für Hauptstudien abgeleitet werden. Im Folgenden sollen empirische Studien mit einer we-

sentlich größeren Testgruppe durchgeführt werden, um die Reliabilität der Ergebnisse zu erhöhen. Außerdem sollen die Hilfestellungen optimiert werden, dazu könnten aus dem Konzept „Lernen durch Lehren“ Hilfestellungen abgeleitet werden, welche in IMathAS implementiert werden können. Um Bedienprobleme zu verringern, solle das E-Proof-System und besonders die Benutzeroberfläche optimiert werden. An einer solchen Optimierung wird bereits gearbeitet. Darüber hinaus sollte das System stärker genutzt werden, damit die (Früh-)Studierenden besser mit dem System umzugehen lernen. Die Forschungsfrage, welchen Beitrag ein E-Proof-System für das Verständnis von Beweisstrukturen liefert, muss zunächst unbeantwortet bleiben, soll aber durch zukünftige empirische Studien beantwortet werden. Notwendig dafür ist ein Messinstrument, welches technische Probleme der Probanden von inhaltlichen trennt. Allerdings können bereits Schlussfolgerungen für die weitere Konzeption der Beweisunterstützung in der Schüleruni gezogen werden: Da SuS häufig Schwierigkeiten mit der mathematischen Formelsprache haben, kann die Verwendung von IMathAS die SuS dadurch unterstützen, dass die Beweisfragmente bereits in Formelsprache im System vorgegeben sind. Zudem wird durch die Verwendung von IMathAS die Lernzeit gesteigert und der Lernstand der SuS kann durch die Lehrperson überwacht werden. Darüber hinaus könnte die direkte Rückmeldung des Systems an die Lerner der negativen Selbsteinschätzung der SuS entgegenwirken. Abschließend soll auf die Frage „To E or not to E?“ eingegangen werden: Da das E-Proof System zwischen einem fertigen Beweis in einem Buch und dem Paper&Pencil-Beweis als Interpolationshilfe anzusiedeln ist, bieten E-Proofs eine gute Möglichkeit zur Unterstützung des Erwerbs von Beweiskompetenzen.

Literatur

- Alcock, L. & Wilkinson, N. (2011). E-Proofs : Design of a Resource to Support Proof Comprehension in Mathematics. Educational Designer, Vol.1 (No.4). ISSN 1759-1325.
- Ensley, D. E., & Crawley, J. W. (2006). Discrete mathematics: mathematical reasoning and proof with puzzles, patterns, and games. Wiley.
- Platz, M., Niehaus, E., Dahn, I. & Dreyer U. (2014). IMathAS & automated Assessment of mathematical Proof. Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, pp. 915-919.
- Winter, K. (2011). Entwicklung von Item-Distraktoren mit diagnostischem Potential zur individuellen Defizit- und Fehleranalyse. Didaktische Überlegungen, empirische Untersuchungen und konzeptionelle Entwicklung für ein internetbasiertes Mathematik-Self-Assessment. WTM-Verlag. Münster.