

Hana RUCHNIEWICZ, Essen

## **Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich Funktionales Denken**

Das in diesem Beitrag vorgestellte Dissertationsvorhaben entsteht im Rahmen des EU-Projekts FaSMEd (Improving Progress for Lower Achievers through Formative Assessment in Science and Mathematics Education). Einen Kern von FaSMEd bildet die Erstellung und Evaluation von Materialien zur Diagnose und Förderung im Unterricht im Sinne einer fachdidaktischen Entwicklungsforschung. Ziel der eigenen Studie ist die Entwicklung einer Lernumgebung zur Selbstdiagnose im Bereich Funktionales Denken für die Jahrgangsstufen 7/8 und deren empirische Untersuchung.

### **1. Theoretischer Hintergrund**

Unter Diagnose im Unterricht wird das zielgerichtete Erheben von Informationen für ein angemessenes pädagogisches und didaktisches Handeln verstanden. Dabei ist das Erfassen von Schülerleistungen ebenso relevant wie das Verstehen dahinterstehender Konzepte (Hußmann et al. 2007).

Je nach Ziel der Informationserhebung unterscheidet man summative und formative Diagnose. Während Erstere die Leistungsüberprüfung fokussiert und eher am Ende einer Lerneinheit zu verorten ist, dient die formative Diagnose der Anpassung des Unterrichts an die Bedürfnisse der Lerngruppe. Sie erfolgt durch die kontinuierliche Auswertung der ablaufenden Lernprozesse (Bernholt et al. 2013). Dabei ist neben der Prozessorientierung besonders die aktive Teilhabe der Lernenden zentral. Selbstevaluation stellt somit eine bedeutsame Strategie formativer Diagnose dar. Sie zielt darauf, Lernende für die eigenen Stärken und Schwächen zu sensibilisieren. Ferner sollen sie Verantwortung für den eigenen Lernprozess übernehmen und diesen durch metakognitive Strategien zu steuern lernen (Heritage 2007).

Bei der Entwicklung einer selbstdiagnostischen Lernumgebung im Bereich Funktionales Denken sind drei Grundvorstellungen von Funktionen zentral: Zuordnung, Kovariation und Objekt. Statisch lokal betrachtet wird eine Funktion als Zuordnungsvorschrift einzelner Werte aufgefasst. Eine dynamischere Sichtweise bringt der Aspekt der Kovariation mit sich, denn hier steht die Veränderung zweier Größen miteinander im Vordergrund. Letztlich wird eine Funktion global als eigenständiges Objekt betrachtet. Diese drei Konzepte müssen Lernende aufbauen, um den mathematischen Funktionsbegriff erfassen und anwenden zu können (vom Hofe 2003).

Im Alltag begegnen Lernende variablen Darstellungsarten funktionaler Zusammenhänge. Um angemessen mit ihnen umzugehen, müssen sie die Fä-

higkeit erwerben, flexibel zwischen den Darstellungen zu wechseln (Duval 2002). Dies erfordert das Beherrschen vielfältiger mathematischer Tätigkeiten, z.B. das Ablesen von Werten oder das Interpretieren von Graphen. Bei deren Ausübung können sich Verständnisschwierigkeiten in Form von Schülerfehlern äußern. In der Literatur wird eine Vielzahl an Fehlern im Bereich Funktionales Denken beschrieben (u.a. Clement 1985). Sie bieten Hinweise über mögliche (Fehl-)Vorstellungen der Lernenden und dienen als Grundlage für die Konzeption von Diagnose- und Fördermaßnahmen.

## 2. Methodologie und Forschungsfragen

Konzeption und Evaluation der Lernumgebung sind im zyklischen Prozess der fachdidaktischen Entwicklungsforschung verbunden. Durch wiederholtes Erproben in der Schulpraxis, Analysieren der Lernprozesse und Überarbeiten des Materials sollen das Design und die damit verbundene Theorie weiterentwickelt werden. Konkret ergeben sich folgende Forschungsfragen:

- Welche *inhaltlichen und methodischen Merkmale* sollten Lernumgebungen zur Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich Funktionales Denken aufweisen?
- Welche *Lernwege* sind *rekonstruierbar*, wenn Schülerinnen und Schüler mit der Lernumgebung zur Diagnose und Förderung in Selbstlernphasen im Themenbereich Funktionales Denken arbeiten?

## 3. Design der Lernumgebung

Im 1. Zyklus der Studie wurde die Lernumgebung auf Basis der Übekartei aus KOSIMA (Kontexte für sinnstiftendes Mathematiklernen) konzipiert (Barzel et al. 2012). Die Lernziele wurden durch die Formulierung von acht diagnostizierbaren Kompetenzen festgelegt. Die ersten Sechs beziehen sich auf einen bestimmten Darstellungswechsel zwischen situativer, numerischer und graphischer Beschreibung eines funktionalen Zusammenhangs. Hinzu kommen je eine Kompetenz zu variablen Darstellungswechseln und zum Kovariationsaspekt, um das Themengebiet ganzheitlich zu erfassen.

Die Lernumgebung ist durch fünf Kartentypen strukturiert: Die Lernenden beginnen mit der Bearbeitung einer Diagnoseaufgabe auf der *Überprüfen*-Karte. Dann vergleichen sie ihr Vorgehen mithilfe der *Check*-Karte mit einer Musterlösung. Auf dieser *Check*-Karte werden Aussagen zu erwarteten Fehlern präsentiert. Die Schülerinnen und Schüler schätzen selbst ein, ob diese auf ihre Lösung zutreffen. Wurde die Diagnoseaufgabe richtig gelöst, können zwei weitere *Üben*- und schließlich eine *Erweitern*-Aufgabe bearbeitet werden. Stellen die Lernenden einen Fehler fest, können sie entweder eine Hilfe in Form einer *Gut-zu-Wissen*-Karte in Anspruch nehmen oder di-

rekt eine speziell auf diesen Fehler zugeschnittene *Üben-Karte* wählen. Schließlich werden sie von der Übung wieder zur 1. Karte geleitet, um den Lernfortschritt durch erneutes Lösen der Diagnoseaufgabe zu überprüfen.

#### 4. Ein Fallbeispiel

Die Lernumgebung wurde in einer ersten Pilotierung durch videografierte Einzelinterviews mit drei Lernenden der 8. Klasse eines Gymnasiums erprobt. In einem Fallbeispiel soll im Folgenden der Lernweg eines Schülers für die Kompetenz *Kann ich zu einer gegebenen Situation einen Graphen erstellen?* nachvollzogen werden. Die Diagnoseaufgabe lautet:

*Niklas fährt von zu Hause mit seinem Fahrrad los. Es geht zuerst ohne Steigung die Straße entlang, bevor er einen Hügel hinauf fährt. Oben auf dem Hügel bleibt er ein paar Minuten stehen, um die Aussicht zu genießen. Dann fährt er wieder herunter und bleibt unten am Hügel stehen. Zeichne einen Graphen aus dem man ablesen kann, wie sich die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit verändert.*

Robert ist vorerst durch die Abwesenheit von konkreten Werten irritiert, unterteilt dann aber die Zeit-Achse in Abschnitte der Länge 1 Minute und legt die Mitte der y-Achse als „normale Geschwindigkeit“ fest. Dann zeichnet er einzelne Punkte in das Koordinatensystem und verbindet sie schließlich zum Graphen in Abb. 1.

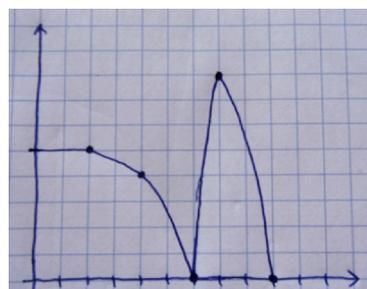


Abb. 1: Roberts erste Lösung

Auf der *Check-Karte* stellt Robert fest, dass sein Graph nicht im Nullpunkt beginnt. Er entscheidet sich nun gegen eine Hilfe und bearbeitet die zum Fehler passende *Üben-Karte*. Darauf sind 9 Situationen beschrieben, für die er begründen soll, ob ein zugehöriger Graph im Nullpunkt beginnt. Robert löst 6 Teilaufgaben richtig, argumentiert aber auch bei korrekten Lösungen fehlerhaft. Seine Erklärungen beziehen sich lediglich auf sein Alltagswissen und er beachtet oftmals nur die Veränderung einer Größe. Graphen scheint er nicht als Darstellung des Zusammenhangs zweier Größen wahrzunehmen. Dies könnte durch eine unzureichende Ausbildung der drei Grundvorstellungen zu erklären sein.

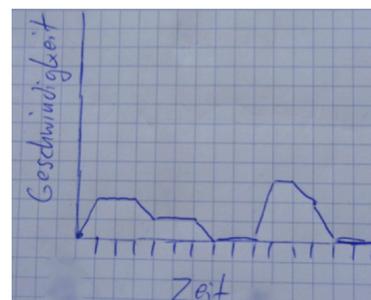


Abb. 2: Roberts zweite Lösung

Letztlich bearbeitet Robert erneut die Diagnoseaufgabe. Er zeichnet nun direkt einzelne Abschnitte des Graphen und beschreibt, wie viel Zeit jeweils vergeht und wie sich die Geschwindigkeit verändert. Dabei korrigiert er seinen Fehler, sodass sein neuer Graph (Abb. 2) im Nullpunkt beginnt.

## 5. Fazit und Ausblick

Robert kann seinen anfänglichen Fehler zwar beheben, es bleibt aber offen, ob die Korrektur auf die Intervention in der Lernumgebung zurückzuführen ist. Sie könnte z.B. durch die differenten Methoden beim Zeichnen des Graphs zustande kommen. Ferner zeigt Robert während der Übung Verständnisschwierigkeiten, die vermutlich auf eine unzureichende Ausbildung der drei Grundvorstellungen von Funktionen zurückzuführen sind. Weitere Analysen sollen daher deren Ausprägung bei den Lernenden fokussieren.

Darüber hinaus ist festzuhalten, dass die Lernumgebung individuelle Lernwege zulässt. Robert hat zunächst einen Fehler gemacht, ihn erkannt, eine Entscheidung über sein weiteres Handeln getroffen, dann eine Intervention durchlaufen und schließlich seinen Lernfortschritt geprüft. Allerdings ist fraglich, inwiefern dieser Weg bewusst durchlaufen wird. Daher werden die nächsten Analysen ein Augenmerk darauf setzen, inwiefern die Lernenden ihre eigenen Denkprozesse reflektieren und welche Schritte sie bei der Überwindung von Fehlern durchlaufen.

Mit diesen Schwerpunkten werden weitere Schülerinterviews im 1. Zyklus durchgeführt und analysiert, um die Lernumgebung zu verbessern und erneut zu testen. Darüber hinaus wird sie technisch in der server-basierten Software JACK umgesetzt. Dies ermöglicht nicht nur die Vorgabe der Hyperlinkstruktur und das Generieren von Feedback, sondern eröffnet die Chance im weiteren Projektverlauf quantitative Daten zu integrieren.

## Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2012). Mathewerkstatt - Mittlerer Schulabschluss - Allgemeine Ausgabe/5. Schuljahr - Übekartei. Berlin: Cornelsen.
- Bernholdt, S., Rönnebeck, S., Ropohl, M., Köller, O. & Parchmann, I. (2013). Report on current state of the art in formative and summative assessment in IBE in STM – Part 1. ASSIST-ME Report Series No.1.
- Clement, J. (1985). Misconceptions in graphing. *Proceedings of the 9th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 369-375.
- Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of Mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 1-16.
- Heritage, M. (2007). Formative Assessment: What do teachers need to know and do? *Phi Delta Kappa*, 89(2), 140-145.
- Hußmann, S., Leuders, T. & Presiger, S. (2007). Schülerleistungen verstehen - Diagnose im Alltag. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 49(15), 1-8.
- Vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren*, 118, 4-8.