Thomas SCHULTIS, Lars HOLZÄPFEL, Timo LEUDERS, Freiburg

Förderung prozeduraler und konzeptueller Kompetenzen beim Üben

Einleitung und Theoretischer Hintergrund

Dem Üben kommt im Mathematikunterricht eine hohe Bedeutung zu, umso höher ist daher auch das Ansehen von Schulbüchern mit einem vielfältigen Übungsangebot (Winter, 1984 S.4f). Das Format von Übungsaufgaben in Schulbüchern hat sich in den letzten Jahren merklich verändert, denn „dem in atomare Anforderungsstufen und kleinsten Stufen aufgelösten Fertigkeitstraining (...) wird immer weniger Platz eingeräumt. (...) Immer mehr Aufgaben führen zu Entdeckungen, verlangen Reflexionen oder verbinden das Üben neuer Begriffe und Verfahren mit älteren Themen." (Büchter & Leuders, 2005)

Der hohe Stellenwert des Übens bedeutet für Lehrkräfte, dass sie häufig mit der Auswahl geeigneter Aufgaben konfrontiert sind. Doch welche Aufgaben eignen sich? Welches Ziel wird mit der jeweiligen Aufgabe verfolgt? Hier lassen sich zwei grundlegende Aspekte identifizieren: zum einen geht es um das Einschleifen von Verfahren; das heißt das Automatisieren von Rechenprozeduren mit dem Ziel der kognitiven Entlastung; insbesondere im Hinblick auf komplexer werdende Aufgabentypen. Zum anderen sollen unterschiedliche Anwendungsmöglichkeiten zur gezielten Erweiterung des Transfers zum Einsatz kommen, um so die Integration des Gelernten in bestehende Wissensstrukturen zu ermöglichen (vgl. u.a. Renkl, 2000).

Eine ebenfalls bedeutsame Unterscheidung ist die in prozedurales und konzeptuelles Wissen, welche in der Kognitionspsychologie vorgenommen wird (vgl. u.a. Byrnes & Wasik, 1991). Die Spezifizierung dieser Wissensfacetten im Bereich Mathematik erfolgte u.a. durch Hiebert & Lefevre (1986) und Rittle-Johnson & Siegler (1998). Prozedurale Aufgaben erfordern vor allem das (auch unreflektierte) Durchführen von Rechenverfahren zur Lösung von Aufgaben. Dabei sind insbesondere Routine, Regelanwendungen und Automatisierung von Bedeutung. Es handelt sich eher um ein „Wissen wie" eine Aufgabe gelöst wird. Konzeptuelle Aufgaben fordern eher implizites oder explizites inhaltliches Verstehen von Verfahren und Prinzipien in einer Wissensdomäne. Zum Lösen der Aufgaben wird ein Verständnis über den Zusammenhang zu anderen Wissensbereichen benötigt. Es handelt sich also um vernetztes „Wissen warum".

Nach Abgrenzung dieser beiden Wissensfacetten kann nun auf die Unterscheidung der zwei zu untersuchenden Übeformate – im Näheren ‚produktive' bzw. ‚traditionelle' Aufgaben genannt – eingegangen werden.

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

Nach Winter (1984), Wittmann (1990), Leuders (2005) und Leuders et al. (2009) grenzen sich produktive Aufgaben von traditionellen Aufgaben insofern ab, als sie die Schülerinnen und Schüler dazu anregen, individuelle Ideen und Lösungswege sowie Überlegungen, die über die Aufgabe hinausgehen, zu entwickeln. Traditionelle Aufgaben hingegen sehen eher ein angeleitetes und geführtes Bearbeiten mit einem eindeutigen Lösungsweg und klarem Abschluss der Aufgabe(nbearbeitung) vor.

Fragestellungen und Hypothesen

Untersucht wird zunächst, ob beide Aufgabentypen einen Wissenszuwachs bezüglich prozeduralem und konzeptuellem Wissen hervorbringen. Die zweite Fragestellung betrifft den quantitativen Vergleich des Wissenszuwachses beider Übungsformen.

Es wurden folgende Hypothesen aufgestellt: 1. Beide Übungsformen erzeugen sowohl bei prozeduralem als auch konzeptuellem Wissen einen Zuwachs. 2. Die produktive Übungsform erzeugt einen stärkeren Wissenszuwachs bei konzeptuellem Wissen, wohingegen die traditionelle Übungsform vor allem das prozedurale Wissen voran bringt.

Studie und methodisches Vorgehen

Es wurde eine Experimentalstudie in Form eines Pre-Post-Designs durchgeführt. Die Erhebungen fanden in einer Werkrealschule und zwei Realschulen in 7 Klassen mit insgesamt 158 Schülerinnen und Schülern statt. Davon befanden sich 58 Schülerinnen und Schüler in der sechsten und 100 in der siebten Klassenstufe. Als Unterrichtsthema wurden Grundvorstellungen, Addition und Subtraktion von gemischten Bruchzahlen gewählt. Diese Wahl begründete sich in der Tatsache, dass dieses Thema durch viele Lehrkräfte eher als Randthema behandelt wird und somit die Einfluss nehmende Variable des Vorwissens möglichst gut kontrolliert werden konnte.

Der Ablauf der Untersuchung wird in Abbildung 1 dargestellt. Ein bis zwei Wochen vor der Intervention wird mittels eines Bruchrechenvortests das vorhandene Wissen erhoben. Dieser Test wird von den unterrichtenden Lehrkräften selbst durchgeführt. Darauf folgt die Einheit selbst, die mit einer standardisierten Einführungsstunde beginnt. Diese wird durch den Versuchsleiter gehalten. Direkt im Anschluss an die Einführungsstunde folgt der Pre-Test, der ebenfalls vom Versuchsleiter durchgeführt wird. Die Einteilung in Experimental- und Kontrollgruppe erfolgt randomisiert, wobei mittels der Pre-Test-Leistung auf eine Ausgewogenheit zwischen den Gruppen geachtet wird, um Leistungsunterschiede zu vermeiden. Die Übungsstunden der Experimentalgruppe werden vom Versuchsleiter durchgeführt, da ansonsten die Lehrkräfte mit einem für sie ungewohnten

Aufgabentyp konfrontiert wären. Die Kontrollgruppe wird durch die in der Klasse üblicherweise unterrichtende Lehrkraft angeleitet – hier werden Aufgabentypen eingesetzt, die analog zu denen des in den Klassen verwendeten Schulbuchs konzipiert wurden. Direkt nach der dritten Übungsstunde findet der Post-Test und die Erhebung der Verarbeitungskapazität (IQ) im gesamten Klassenverband statt. Diese Stunde wird wieder ausschließlich durch den Versuchsleiter moderiert.

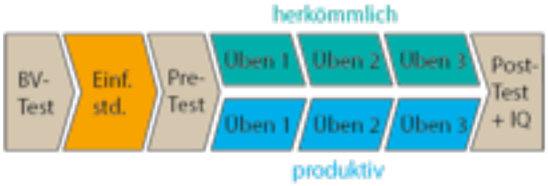

Abbildung 1: Design der Untersuchung

hopp

Die beiden nachfolgenden Schaubilder (Abbildung 2) zeigen die Entwicklung des prozeduralen und konzeptuellen Wissens vor und nach der Intervention. Während sich beide Gruppen beim prozeduralen Wissen in ähnlicher Weise verbessern (Experimentalgruppe von 8,34 auf 9,70, Kontrollgruppe von 8,95 auf 9,96, jeweils $p < 0.001$; bei maximal 14 Punkten pro Skala) unterscheiden sich die Veränderungen signifikant ($p < 0.05$) hinsichtlich des konzeptuellen Wissens: Die Experimentalgruppe verzeichnet einen Anstieg um 1,94 (von 5,67 auf 7,61), die Kontrollgruppe nur um 0,83 (von 6,07 auf 6,90), jeweils $p < 0.01$.

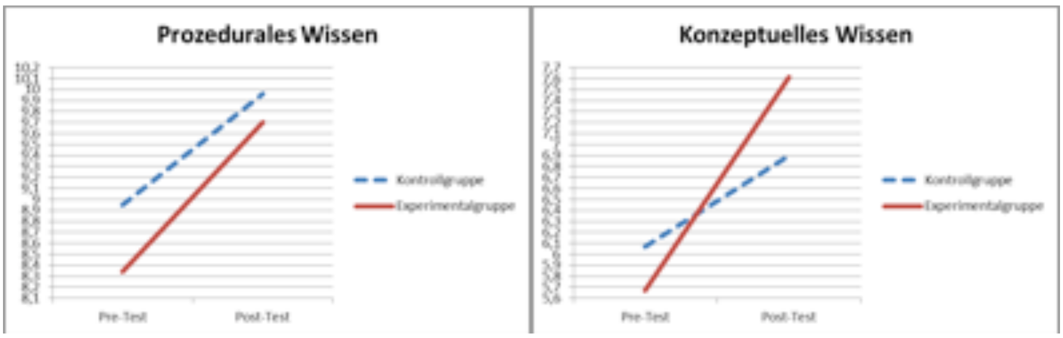

Abbildung 2: Entwicklung von prozeduralem und konzeptuellen Wissen durch die Intervention

Aus den Schaubildern lässt sich entnehmen, dass die erste Hypothese bestätigt wurde. Die zweite Hypothese wurde nur partiell bestätigt. Beide Übungsformen fördern ähnlich wirksam das prozedurale Wissen. Das konzeptuelle Wissen hingegen wird besonders stark durch produktives Üben gestärkt. Dies zeigt auch eine MANCOVA, die mit der unabhängigen Variable *Gruppe* und den beiden moderierenden Variablen *Bruchrechenvortest* und *Verarbeitungskapazität* für die abhängige Variable Δprozedural keinen signifikanten Effekt, dafür aber für Δkonzeptuell einen Effekt mit der Effektstärke Cohens d = .38 (p = .019* sig.) ergibt.

Ausblick

Da produktive Aufgaben in der Regel ein noch unbekanntes Format darstellen, ist mit einer gewissen Eingewöhnungszeit zu rechnen (basierend auf Erfahrungen aus aktuell laufenden Fortbildungen zu diesem Thema). Es ist daher mit stärkeren Effekten zu rechnen, wenn diese über einen längeren Zeitraum hinweg eingesetzt werden. Allerdings gibt es auch Störgrößen wie z.B. den Versuchsleiter als neue Lehrkraft, der evtl. größere Motivation unter den Schülerinnen und Schülern auslösen könnte. Letztlich haben beide Gruppen von beiden Übungsformen profitiert. Die zwei Aufgabenformate haben somit ihre Berechtigung für den Einsatz im Unterricht.

Literatur

Büchter, A., & Leuders, T. (2005). Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Berlin: Cornelsen Scriptor

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. Developmental Psychology, 27(5), pp 777-786

Hiebert J, & Lefevre P (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In: Hiebert J (ed) Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics. Erlbaum, Hillsdale, pp 1–27

Leuders, T. (2005). Intelligentes Üben selbst gestalten! Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht. In: Pädagogik (4). S. 29-32

Leuders, T., Hefendehl-Hebeker, L. & Weigand, H.-G (2009). Mathe magische Momente. [mit DVD-ROM]. 1. Aufl., Berlin: Cornelsen.

Renkl, A. (2000). Automatisierung allein reicht nicht aus. Üben aus kognitionspsychologischer Perspektive., in: Meier, Rampillon, Sandfuchs, Stäudel (Hrsg.): Üben und Wiederholen. Sinnschaffen – Können entwickeln, Friedrich Jahresheft XVIII 2000, Friedrich Verlag, Seelze, S. 16-19.

Rittle-Johnson, B. & Siegler, R.S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), The development of mathematical skills. Hove, UK: Psychology Press, pp 75-110

Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht, in: Mathematik Lehren, Heft 2, Februar 1984, S. 4-16.

Wittmann, E. Ch.(1990). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Erich Ch. Witt- mann & Gerhard N. Müller: Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd.1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett, S. 152-166.