

Andrea STEIN, Dortmund

## **Kognitionsorientierte Aufgaben zur Auseinandersetzung von Lernenden mit Fehlern zu funktionalen Zusammenhängen – Eine Entwicklungsforschungsstudie**

Der Kurzbeitrag berichtet aus einer Entwicklungsforschungsstudie zur Ausgestaltung kognitionsorientierter Aufgaben zum Konzept des funktionalen Zusammenhangs. Untersucht wird, wie ca. Sechzehnjährige zur aktiven Auseinandersetzung mit Fehlern angeregt werden können.

### **1. Aspekte des Forschungs- und Entwicklungsstands zum Umgang mit Fehlern im Bereich des Funktionalen Zusammenhangs**

Das Themengebiet „Funktionale Zusammenhänge“ ist bereits breit erforscht; der Lerngegenstand ist spezifiziert und strukturiert, d.h. zentrale Verstehenselemente und Könnensaspekte wurden identifiziert und zueinander in Beziehung gebracht (z.B. Vollrath 1989, vom Hofe 2003). Empirische Studien haben typische Fehler dokumentiert (z.B. Leinhardt et al. 1990, Nitsch 2014). Diese Befunde finden Beachtung durch entsprechende Schwerpunktsetzung in Unterrichtskonzepten, in Diagnosetests oder in zentralen Abschlussprüfungen. Es fehlen jedoch empirisch fundierte Konzepte zur Auseinandersetzung von Lernenden mit diesen Fehlern.

Die hier fokussierten Fehler tauchen immer wieder in Lösungen der Lernenden auf (vgl. Laakmann 2013). Es zeigen sich wiederholende Fehlermuster, welche anscheinend in den Vorstellungen der Lernenden begründet liegen und somit zu den systematischen Fehlern zählen. Diese Fehler können positiv genutzt werden, um Negatives Wissen aufzubauen. Die Lernenden entwickeln Strategien, wie sie das Falsche identifizieren können und zum Richtigen gelangen (vgl. Oser & Spychiger 2005).

### **2. Entwicklung Negativen Wissens und Strategiewissens zum Aufbau eines vertieften Verständnisses**

Im Sinne von Oser (1999, S. 17) wird unter Negativem Wissen „das Wissen um das, wie etwas nicht ist (deklarativ) oder nicht funktioniert (prozedural)“ verstanden. „Das sinnvolle Fehlermachen besteht darin, daß am Schluß ein sicheres Beherrschen eines Ablaufs, einer Tätigkeit vorliegt, ohne daß Fehler dieses gefährden, und daß das Wissen über richtig und falsch gut verankert ist.“ (Oser 1999, S. 20). Sinnvolles Fehlermachen nach Oser beinhaltet eine Form von Strategiewissen und Negativem Wissen. Beide Wissensbereiche sind notwendig, um auch anspruchsvollere Aufgaben richtig zu lösen.

Für das Konzept des funktionalen Zusammenhangs kann die Grundlage für eine mögliche *Lösungs-* und auch *Validierungsstrategie* für typische Mathematisierungsaufgaben zu einem vorgegebenen Sachzusammenhang die Bearbeitung folgender Fragen umfassen:

1. Welche Größe steht wie mit welcher Größe in einem Zusammenhang?
2. Wenn sich die eine Größe ändert, wie ändert sich dann die andere?
3. Wie sieht die Wertetabelle dazu aus?
4. Wie stellt sich die Veränderung im Überblick dar?
5. Wie sieht der Graph dazu aus?

### **3. Design-Prinzipien für kognitionsorientierte Aufgaben**

Damit Fehler zu produktiven Lernanlässen werden können, gibt es Bedingungen an die zu vollziehenden kognitiven und metakognitiven Aktivitäten (vgl. Oser & Spychiger 2005, Guldemann & Zutavern 1999): Lernende

- stellen die Lösung der Aufgaben in Frage
- erkennen, dass ein Fehler vorliegt
- lokalisieren den Fehler und wissen um seine Konsequenzen
- vollziehen die richtigen gedanklichen / rechnerischen Schritte nach
- erklären, wieso sie den Fehler gemacht haben.

Kaune (2001) schlägt unterschiedliche Aufgabenformate zur Auseinandersetzung mit Fehlern vor. Ein bewährtes Aufgabenformat enthält fiktive Gespräche zu unzureichenden / falschen Strategien sowie Fragestellungen, die die Lernenden zur Analyse der Strategien anleiten.

Vor diesem Hintergrund wurden zwei verschiedene Aufgaben für die Partnerarbeit konzipiert. Die erste Aufgabe zielt auf die Auseinandersetzung mit dem Graph-als-Bild-Fehler; die zweite Aufgabe auf drei Fehler, die beim Darstellungswechsel von der Tabelle zum Graphen passieren können (falsche Zuordnung der Größen an die Achsen, die Beschriftung der Achsen von groß nach klein, nicht-äquidistante Einteilung der Achsen bei einem quadratischen Zusammenhang).

Als Einstieg werden jeweils eine richtige und eine falsche Bearbeitung präsentiert, zwischen denen sich die Lernenden entscheiden. Anschließend sollen sie ihrem Partner darlegen, warum sie diese Bearbeitung wählen und die andere ablehnen. Bei unterschiedlicher Wahl müssen die Lernenden sich begründet für eine entscheiden, ggf. durch Tipps und Arbeitsaufträge unterstützt. Um sich mit diesen Strategien vertraut zu machen (s. Abschnitt 2), beinhalten beide Aufgabentypen eine Phase, in der die fünf strategischen Fragen bearbeitet werden.

Durch diese Strukturierung der Aufgaben sollen die als Rahmenbedingung von Oser und Spychiger (2005) geforderten kognitiven und metakognitiven Aktivitäten der Lernenden initiiert werden. Die starke Kontrastierung von

richtig und falsch soll zusätzliche Kommunikationsanlässe schaffen und ggf. Widersprüche erzeugen.

#### 4. Methoden der Design-Experimente

Die Wirkungen der Strukturelemente der Aufgaben wurden in Design-Experimenten (Prediger et al. 2012) in einem bzw. in zwei Zyklen mit je 5 x 2 Lernenden (im Alter von 15-17 Jahren) untersucht. Laborsettings wurden gewählt, da sie eine intensivere Beforschung der individuellen Denkweisen und Hürden ermöglichen. Die Videos der Design-Experimente wurden zunächst grob analysiert bzgl. der auftretenden Bearbeitungsschritte, danach intensiver qualitativ interpretiert betreffs der Strategien der Lernenden und der Aktivitäten der Lernenden in der Auseinandersetzung mit dem Fehler.

#### 5. Erste Einblicke in initiierte kognitive und metakognitive Aktivitäten

Wesentlich für das Design der Aufgaben ist die kontrastierte Präsentation von richtigen und falschen Bearbeitungen als Einstieg sowie die Diskussion der Lernenden über die richtige Lösung. Exemplarisch zeigt folgender Transkriptauszug einer Aufgabe zum Darstellungswechsel von einer Tabelle zum Graphen die Möglichkeit, die intendierten metakognitiven und kognitiven Aktivitäten der Lernenden in Partnerarbeit zu initiieren:

- 9 R Was hast du? Hast du gesagt, dass Situation zw. Warum hast du hier gesagt, dass Situation 2 richtig ist? Du hast ja. Weil, guck mal, Jana macht's auch richtig, die macht von 50 40 30 20 10. *[zeigt auf Achseneinteilung der y-Achse von Janas Graphen]* **Gedankengänge des Mitschülers nachvollziehen**
- 10 L Aber muss man nicht. Muss man nicht generell bei Graphen die Einteilung von von klein nach groß wählen? *[zeigt auf die y-Achse von Tobis Graphen]* **Regelbenennung**
- 11 R Das ist jetzt mein Problem, was ich hab, ob man das muss. Also, es ist ja eigentlich egal. Hauptsache, du kann ablesen, is un unvorteilhaft gewählt, ne?! *[zeigt auf Janas Graphen]* **Konsequenzen bedenken**
- 13 R Und das ist. Hat er's denn auch richtig eingeteilt? **Prüfung 1**
- 15 R Guck mal, er hat bei 50 Litern **Prüfung 2**
- 16 L Also das sind 10, das stimmt schon mal. *[zeigt auf Punkt 10/50 in Tobis Lösung]*
- 17 R Bei 50 Litern hat er 0. Bei 40 hat er 5 *[überprüft die Punkte in Tobis Graphen]*, weil
- 18 L Ja, das stimmt. *[zeigt auf Janas Graph]*
- 19 R Ja, das stimmt, dann ist Tobi richtig, also, weil, das sind einfach *[kreuzt Tobis Lösung an]* nur vorteilhaft und unvorteilhaft gewählt, geht, dass man besser ablesen kann. **Schlussfolgerung**

Die unterschiedlichen graphischen Darstellungen erzeugen Begründungsbedarf bzw. generieren Nachfragen nach der Entscheidung des Partners (Z. 9). Mit dem Ziel, die Lösungen voneinander abzugrenzen, benennen die Lernenden Regeln und suchen nach Fehlern in den Lösungen (Z. 10). Hier prüfen die Lernenden die äquidistante Einteilung der Achsen (Z. 15) und anschließend, ob die Punkte der Tabelle im Graphen wiederzufinden sind (Z. 16-18). Dabei bedenken diese Lernenden die Konsequenz, dass diese graphische Darstellung schlechter ablesbar wird (Z. 19).

Somit konnte das Design der Aufgaben die intendierten kognitiven und metakognitiven Aktivitäten erfolgreich initiieren und damit die Voraussetzungen zum Aufbau vom Negativen Wissen schaffen. Die Konstruktionsprozesse für das Negative Wissen und für das Strategiewissen sind Gegenstand weiterer Analysen.

## Literatur

- Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). „Das passiert uns nicht noch einmal!“ Schülerinnen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern* (S. 233-258). Opladen: Leske + Budrich.
- Hofe, vom R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. *Mathematik lehren*, 78, 4-8.
- Kaune, C. (2001). Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts: Die kognitionsorientierte Aufgabe ist mehr als „die etwas andere Aufgabe“. *Der Mathematikunterricht*, 47 (1), 35-46.
- Laakmann, H. (2013). Darstellungen und Darstellungswechsel als Mittel zur Begriffsbildung in rechnerunterstützten Lernumgebungen. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Nitsch, R. (2014). Schülerfehler verstehen. Typische Fehlermuster im funktionalen Denken. *Mathematik lehren*, 187, 8-11.
- Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof, (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern* (S. 11-41). Opladen: Leske + Budrich.
- Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.
- Prediger, S. & Link, M. (2012). Fachdidaktische Entwicklungsforschung – Ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. In H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel, L.-H. Schön, J.H. Vollmer, H.G. Weigand (Hrsg.), *Formate fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte – historische Analysen – theoretische Grundlegungen*. (S. 29-46). Münster [u.a.]: Waxmann
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik*, 10, 3-37.