Miriam DIMARTINO, Saarbrücken

# Mit Wendestäben zum Strategiewechsel

Zählen ist für Kinder der erste Zugang zu Zahlen und zum Rechnen. Während sich einige davon im Verlauf des ersten Schuljahres lösen, bleiben andere weiterhin als Zähler zurück.

## Problemlage

Um die Kinder bei der Ablösung vom zählenden Rechnen zu unterstützen, werden im Unterricht häufig Mischformen didaktischer Arbeitsmaterialien, wie der Rechenrahmen oder das strukturierte Zwanzigerfeld mit Wendeplättchen eingesetzt. Diese eröffnen durch ihre Fünferstruktur die Möglichkeit, Mengen quasi–simultan zu erfassen. Aufgrund des Materialaufbaus sind die Handlungen am Zwanzigerfeld oftmals durch Eins–zu–Eins–Zuordnung oder durch Abzählen einzelner Plättchen und deren Verschiebung ins Zwanzigerfeld geprägt. Der Rechenrahmen besitzt durch seinen Aufbau hingegen den Vorteil, dass Anzahlen quasi–simultan nicht nur erfasst, sondern auch dargestellt werden können.

Generell ist die Fünferstruktur der Materialien zur Darstellung der ersten Teilmenge und zur Erfassung der Summe/Differenz von Vorteil. Für weitere Handlungen ist sie jedoch nur schwer nutzbar. Sollen Additionen im ZR bis 9 visualisiert werden, stoßen die Materialien bei Aufgaben, deren zweiter Summand größer als der Erste und deren Summe größer 5 ist, an ihre Grenzen. Durch die Darstellung der ersten Teilmenge wird die Fünferstruktur zerstört, somit das quasi–simultane Erfassen der zweiten Teilmenge mittels „Kraft der 5" unmöglich (Abb.1). Wenn diese in einem weiteren Schritt nicht richtig zerlegt wird (bspw. mittels Ergänzung zur 5), können die Aufgaben nur durch das Schieben und Zählen der Einzelelemente gelöst werden.

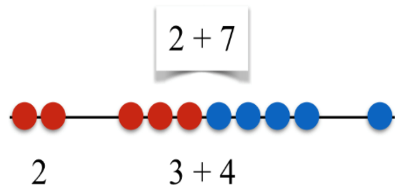

**Abb. 1:** Zerstörte Fünferstruktur bei der 7

Dementsprechend verhält es sich bei Subtraktionen deren Minuend größer/gleich sechs (bestehend aus „fünf" und überschreitendem Rest) und der Subtrahend größer als der zu überschreitende Minuendenrest ist.

> *„Wenn wir im Piaget'schen Sinne Operationen als ‚verinnerlichtes Tun" begreifen, dann setzt das voraus, dass die Handlungen am Material mit den angestrebten Verfahren strukturell übereinstimmen. Bereits die Handlung muss die Struktur des künftigen Kopfrechenverfahrens enthalten. Nur so können sich aus Handlungen durch Verinnerlichung die erwünschten (mentalen) Operationen entwickeln."*
> *(Schipper 2003, S. 223)*

In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag

Die Materialien eröffnen den Kindern durch ihren Aufbau zwar die Möglichkeit sich bei Zahlauffassungen und –darstellungen von ihren Zählstrategien zu lösen, beim Rechnen stellen sie aber keine echte Lernhilfe dar. Kinder, die bereits über Zerlegungsstrategien verfügen, werden sich wohl alsbald vom Material lösen. Kinder aber, die den Zerlegungen nicht mächtig sind, verharren am Material im Zählen, um handlungsfähig zu bleiben.

## Forschungsinteresse und Fragestellung

Um die Kinder bei der Ablösung vom zählenden Rechnen zu unterstützen, erfolgte nach Analyse der didaktischen Materialien und theoretischer Erkenntnisse durch Bündelung der Vorteile eine Optimierung und Neukonzeption eines didaktischen Anfangsmaterials in Form von Wendestäben.

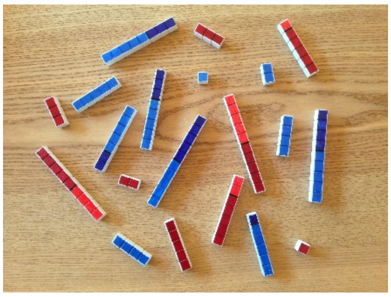

**Abb. 2:** Wendestäbe mit farbig überschreitendem Rest

Dabei hantieren die Kinder mit strukturierten Ganzheiten. Kerbeinheiten verdeutlichen die Zusammensetzung der Stäbe aus einzelnen Würfelelementen. So können Anzahlen bis vier simultan, Anzahlen größer fünf durch die Farbvarianz zwischen „Fünfer" und überschreitendem Rest quasi–simultan erfasst und dargestellt werden (Abb. 2). So lassen sich bei der Addition beide Teilmengen erfassen und im strukturierten Zwanzigerfeld darstellen. Durch den Materialaufbau lassen sich auch Subtraktionen vollziehen. Die Gesamtmenge wird im beiliegenden Zwanzigerfeld positioniert, durch das Auflegen der zu subtrahierenden Teilmenge (gedrehter Wendestab zeigt mit weißer Seite nach oben) kann ein Wegnehmen simuliert werden. Dabei bleiben Minuend, Subtrahend und Differenz bestehen. Zum Material wurden zudem zehn blaurote Wendewürfel, ein Zahlenstrahl, Zerlegungshäuser sowie Tafelmaterial gefertigt.

Es stellt sich die Frage, ob der Einsatz von Wendestäben die Ablösung von Zählstrategien und den Aufbau effektiverer Strategien unterstützen kann?

## Untersuchungsdesign

In einer qualitativen Längsschnittstudie (N=77) erfolgen seit Beginn des Schuljahres 2014/15 an drei Grundschulen im Saarland der Einsatz und die Erprobung des Materials durch vier Kohorten von Schulanfängern. Dabei unterscheiden sich die Einzugsgebiete der Schulen hinsichtlich ihres sozioökonomischen und soziokulturellen Milieus.

Die Lehrer/innen wurden in das Unterrichtsmaterial und in die Handreichungen zum Einsatz mit Wendestäben eingeführt. Die Einsatzhäufigkeit des Materials liegt dabei in ihrem Ermessen.

Die Daten werden im Verlauf des Schuljahres zu drei Untersuchungszeitpunkten in einem Vor–, Zwischen– und Abschlusstest videografiert erhoben und qualitativ und quantitativ ausgewertet. Das leitfadengestützte Interview zur Erhebung des Vorwissens wurde für eine etwa dreißigminütige Befragungsdauer konzipiert. Die Testitems wurden teilweise aus bestehenden Testverfahren entnommen und/oder modifiziert und erweitert.

## Kohortenspezifische Auswertung des Eingangstests

| ***Zählen*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
|---|---|---|---|---|---|
| Vorwärts Zählen (bis 20) | 52,4% | 89,5% | 81,8% | 73,3% | 74,0% |
| 6 Schritte weiterzählen (von 12) | 0% | 31,6% | 13,6% | 20,0% | 15,6% |
| Rückwärts Zählen (von 20) | 14,3% | 36,8% | 22,7% | 26,7% | 24,7% |
| 5 Schritte rückwärts zählen (von 16) | 4,8% | 21,1% | 9,1% | 6,7% | 10,4% |
| ***Zahlauffassung*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| simultan: 3 (verzerrtes Würfelbild) | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| quasi- simultan: 5 (Würfelbild); | 85,7% | 100,0 | 100,0 | 93,3% | 94,8% |
| simultan: 2 (verzerrtes Würfelbild) | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| quasi- simultan: 7 (aus Würfelbild 6 + 1 ) | 23,8% | 73,7% | 36,4% | 53,3% | 45,5% |
| simultan: 4 (verzerrtes Würfelbild) | 85,7% | 100,0 | 95,5% | 80,0% | 90,9% |
| ***Kardinaler Zahlaspekt*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| Gib mir 4 Würfel. | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| Gib mir 7 Würfel. | 95,2% | 100,0 | 100,0 | 93,3% | 97,4% |
| Gib mir 12 Würfel. | 57,1% | 73,7% | 81,8% | 80,0% | 72,7% |
| ***Eins- zu- Eins- Zuordnung*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| zum 4er Wendestab | 90,5% | 100,0 | 95,5% | 100,0 | 96,1% |
| zum 9er Wendestab | 71,4% | 100,0 | 81,8% | 73,3% | 81,8% |
| zu vorgegebener Menge | 38,1% | 57,9% | 63,6% | 60,0% | 54,5% |
| ***Ordinaler Zahlaspekt*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| Zeige den dritten Würfel | 28,6% | 78,9% | 77,3% | 93,3% | 67,5% |
| Zeige den sechsten Würfel. | 14,3% | 84,2% | 45,5% | 80,0% | 53,2% |
| Zeige den zwölften Würfel. | 9,5% | 52,6% | 45,5% | 53,3% | 39,0% |
| ***Mengen vergleichen*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| unstrukturiert (Gleichheit: Form; Unterschied: Anzahl) | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100% |
| strukturiert (Gleichheit: Form + Anzahl; Unterschied: Farbig- | 38,1% | 78,9% | 72,7% | 80,0% | 66,2% |
| strukturiert (Gleichheit: Form; Unterschied: Anzahl) | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 93,3% | 98,7% |
| strukturiert (Unterschied: Form; Unterschied: Anzahl) | 23,8% | 63,2% | 63,6% | 40,0% | 48,1% |
| ***Teil- Ganze Beziehung*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| richtige Zerlegung auswählen: G = T1 + T2 + T3 ; | 95,2% | 94,7% | 81,8% | 86,7% | 89,6% |
| richtige Zerlegung auswählen: G = T1 + T2 | 81,0% | 89,5% | 81,8% | 86,7% | 84,4% |
| richtige Ganze auswählen: G = T1 + T2 + T3 …. | 61,9% | 68,4% | 68,2% | 73,3% | 67,5% |
| richtige Ganze auswählen: G = T1 + T2 | 81,0% | 73,7% | 77,3% | 86,7% | 79,2% |
| fehlende Teilmenge bestimmen: G = T1 + x <=> G - T1 = x | 33,3% | 68,4% | 54,5% | 73,3% | 55,8% |
| fehlende Teilmenge bestimmen: G - x = T2 <=> G - T2 = x | 28,6% | 68,4% | 59,1% | 60,0% | 53,2% |
| fehlende Teilmengen bestimmen (halbieren): G = x + y | 28,6% | 47,4% | 59,1% | 80,0% | 51,9% |
| ***Sachaufgaben im Zahlenraum bis 10*** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| Addition[1] (statisch) Wie viele Bärchen haben sie zusammen? | 61,9% | 84,2% | 81,8% | 73,3% | 75,3% |
| Addition[2] (dynamisch) Wie viele Bärchen hat Tom nun? | 38,1% | 73,7% | 63,6% | 53,3% | 57,1% |
| Subtraktion[1] Wie viele Bärchen hat Tom noch? 7–3=x | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| Subtraktion[2] Wie viele Bärchen hat Lisa danach noch? 6– | 42,9% | 57,9% | 63,6% | 60,0% | 55,8% |
| Add./Subtr. mit Ergänzen[1] „Wie viele Bärchen hat Lisa? 8=5+x | 47,6% | 84,2% | 68,2% | 73,3% | 67,5% |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Add./Subtr.[2] Vergleich Wie viele Bärchen hat Lisa mehr? | 9,5% | 36,8% | 27,3% | 40,0% | 27,3% |
| ***Sachaufgaben mit Zehnerüber-/-unterschreitung***[2] | **A** | **B** | **C** | **D** | **Ø** |
| Addition 6+8=x | 14,3% | 42,1% | 36,4% | 33,3% | 31,2% |
| Subtraktion 15–7=x | 14,3% | 15,8% | 4,5% | 6,7% | 10,4% |
| Mehrgl. Add./Subtr. Wie viele Fische hat Lisa weniger?14-x=9;9– | 0% | 10,5% | 0% | 6,7% | 3,9% |

**Tab. 1:** Kohortenspezifische Lösungshäufigkeit in %

**Legende:** [1]mit Material/mit Abzählmöglichkeit [2]ohne Material/ohne Abzählmöglichkeit

Kohorte A zeigt deutliche Divergenzen in den Lösungshäufigkeiten, die sich vermutlich auf sozioökonomische und soziokulturelle Milieuunterschiede zurückführen lassen. Äußerungen, die auf Defizite im sprachlichen Verständnis hindeuteten, wurden während der Befragungen aufgegriffen.

**L.:** *„Kuck mal, ich habe hier zwei Kisten. In welcher Kiste sind denn mehr Bälle?“*
**K.:** (zählt B. in Kiste A) *„1, 2, 3, 4, 5, 6 mehr“* (zählt B. Kiste B) *„1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, viele“*
**L.:** *„Und wo sind mehr Bälle?“*
**K.:** *„Hier.“* (tippt mit flacher Hand auf falsche Kiste A mit 6 Bällen)
**L.:** *„Wieso sind da mehr Bälle?“*
**K.:** *„Weil, weil das ist, mehr Bälle sind.“*
**L.:** *„O. k.! In welcher Kiste sind denn ganz, ganz viele Bälle?“*
**K.:** *„Die da.“* (zeigt auf richtige Kiste B mit 8 Bällen)
**L.:** *„Und in welcher Kiste sind weniger Bälle?*
**K.:** „Die, das.“ (zeigt mit flacher Hand auf richtige Kiste A mit 6 Bällen)
**L.:** *„Und in welcher Kiste sind mehr Bälle?“*
***K.:*** (überlegt) *„Hier.“* (zeigt auf die falsche Kiste A mit 6 Bällen)

Das Transkript zeigt die semantische Fehlvorstellung des Begriffs „mehr“ eines Kindes mit nicht deutscher Muttersprache (Fehlvorstellung: „mehr“ = „einige“ und „viele“ = „mehr“) und die Auswirkungen auf den Sachverhalt.

## Ausblick

In Anbetracht fachdidaktischer Erkenntnisse ist anzunehmen, dass sich Kinder im Umgang mit Wendestäben von Zählstrategien lösen können. Eins–zu–Eins–Zuordnungen von Würfelmengen zu den entsprechenden Mengenrepräsentanten fördern das Invarianzverständnis. Zudem unterstützt die Materialkonzeption die Sicht auf die strukturierten Zahlenbilder. Darauf aufbauend lassen sich die Beziehungen einer jeden Zahl zu sich selbst und anderen (größer/kleiner/gleich, Doppelte/Hälfte, gerade/ungerade, Zerlegungen) entdecken und sichtbar herausarbeiten. Am Zwanzigerfeld sind Darstellungen von Additions– und Subtraktionsaufgaben ohne erzwungenes Zählen möglich. Dabei können alle Strategien der Zehnerüber–/–unterschreitung, sogar das komplexe Teilschrittverfahren, verstehend entdeckt werden.

## Literatur

Die Literatur kann bei der Autorin angefragt werden.