

Ute SKAMBRAKS, Berlin

Verbindung von fachlichen und fachdidaktischen Aspekten im Lehramtsstudium Mathematik

1. Einleitung

Im Rahmen des Projektes „MINT – Lehrerbildung neu denken“¹, gefördert von der *Deutsche Telekom Stiftung*, durchgeführt am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität Berlin, unter der Leitung von Frau Prof. Lutz-Westphal, wurden einige Maßnahmen zur Verbesserung der Studieneingangsphase für das Lehramt Mathematik entwickelt und im Sommersemester 2014 sowie im Wintersemester 2014/15 durchgeführt. In Umfragen und Interviews unter Lehramtsstudierenden am Fachbereich Mathematik der Freien Universität Berlin wurde besonders die empfundene fehlende Nützlichkeit für den späteren Beruf der Mathematikveranstaltungen angesprochen. Um die Wichtigkeit der wissenschaftlichen Ausbildung deutlich zu machen, wurde der Versuch gemacht, sowohl von fachlicher als auch von fachdidaktischer Seite eine klare Verbindung herzustellen und speziell die Verknüpfung von Schul- und Hochschulmathematik aufzuzeigen. An Hand von Beispielen wird hier die Umsetzung beschrieben.

2. Hintergrund

Um die Studieneingangsphase von Lehramtsstudierenden in der Mathematik an der Freien Universität Berlin zu verbessern, wurden zunächst verschiedene Umfragen unter Studienanfängerinnen und -anfängern durchgeführt. In diesen Umfragen wurde deutlich, dass unter den Studierenden ein großer Wunsch nach Nützlichkeit herrscht. Außerdem wurde deutlich, dass der Zusammenhang von Hochschulmathematik und der später zu unterrichtenden Schulmathematik größtenteils nicht wahrgenommen wird. Dadurch werden die Mathematikveranstaltungen, die zu Beginn eines Lehramtsstudiums Mathematik stehen, als nahezu bedeutungslos für den beruflichen Werdegang angesehen und erscheinen vielen Studierenden ausschließlich als große Hürde, die es irgendwie zu überwinden gilt. Um auf dieses Problem zu reagieren, wurden verschiedene Ansätze entwickelt, die die Nützlichkeit hochschulmathematischen Wissens verdeutlichen sollten, damit die Studierenden im Laufe ihres Studiums in die Lage versetzt werden, sich den hochschulmathematischen Hintergrund zu verschiedenen schulmathematischen Themen selbstständig zu erschließen. Die Grundidee ist eine intensive Zusammenarbeit zwischen der Mathematik und der Fachdidaktik, um an ausgewählten Beispielen den Zusammenhang zwischen Schul- und

¹<http://www.fu-berlin.de/sites/mint-lehrerbildung/projekt/tp1/tp1-2/index.html>.

Hochschulmathematik klar herauszuarbeiten und den angehenden Lehrerinnen und Lehrern deutlich zu machen.

3. Durchführung

Im Sommersemester 2014 fand die Veranstaltung „Analysis I (lehramtsbezogen)“ statt. An dieser Vorlesung nahmen zum Großteil Studierende des 1. Semesters teil. Begleitend zu der Vorlesung und den Übungsgruppen fand eine Zentralübung statt, zu deren Beginn allgemeine Fragen zu der Vorlesung und ihren Inhalten besprochen wurden. Der zweite Teil war so angedacht, dass Vorlesungsinhalte aufgegriffen und in die Schulmathematik eingebettet werden sollten. Zum Beispiel wurde der Grenzwertbegriff in Schulbüchern verschiedener Klassenstufen gefunden und so in direkten Zusammenhang mit dem Vorlesungsstoff gebracht. Ein weiterer wesentlicher Aspekt waren die wöchentlich zu bearbeitenden Übungsaufgaben. Regelmäßig gab es lehramtsspezifische Übungsaufgaben, die in Zusammenarbeit mit dem Dozenten entwickelt wurden. Die Idee hinter der Zentralübung und den Übungsaufgaben war, bereits im ersten Semester des lehramtsbezogenen Studiums die Verknüpfung der in der Vorlesung behandelten Mathematik und des Schulstoffes herzustellen. Ganz gezielt sollten hier die Themen aus der Vorlesung in Bezug zu Themen aus dem aktuellen Rahmenlehrplan gesetzt und auch verglichen werden.

Ein konkretes Beispiel einer Übungsaufgabe:

Eine Schülerin der 6. Klasse schreibt:

Wir haben gelernt: $1/9 = 0,111\dots$, $3/9 = 0,333\dots$ usw. Was aber ist dann $0,999\dots$? Unsere Lehrerin hat gesagt, das wäre $9/9$. Das kann aber doch nicht sein. Das wäre doch 1 und $0,999\dots$ ist ein Unendlichstel kleiner als 1. Gibt es $0,999\dots$ überhaupt? Aber eine Zahl, die ich mir ausdenken kann, muss es doch geben. Wie kommt man an $0,999\dots$?

Aufgabe:

- (a) Worin liegt die Bedeutung des Cauchy-Kriteriums?
- (b) Wie würden Sie die Frage der Sechstklässlerin beantworten?
- (c) Die Schülerin hat intuitiv die Vollständigkeit von \mathbf{R} erfasst; woran kann man das in ihrer Anfrage erkennen? Und wie wurde die Vollständigkeit in der Vorlesung technisch präzise beschrieben?

Die Reaktionen auf die lehramtsbezogenen Übungsaufgaben war sehr positiv. Bei der Durchführung der Zentralübung gab es verschiedene Schwierigkeiten, die sich jedoch größtenteils durch fachbereichsinterne Strukturen erklären lassen. Der zweite Angriffspunkt war die Vorlesung „Einführung

in die Mathematikdidaktik“ im Wintersemester 2014/15, die von den meisten Studierenden im 3. oder 5. Semester gehört wird und die die erste mathematikdidaktische Veranstaltung im Studienverlauf darstellt. Als Voraussetzung für die Teilnahme gilt eine erfolgreiche Teilnahme an der Vorlesung zur Analysis I. Die Inhalte der linearen Algebra sind einem Teil der Teilnehmer bereits bekannt, Elementargeometrie und Stochastik werden jedoch von den meisten Studierenden erst in folgenden Semestern gehört. In dieser Veranstaltung wurden klassische Schülerfragen und -probleme hochschulmathematisch untersucht und beantwortet, damit die Studierenden die Bedeutung der Inhalte der bereits gehörten Mathematikvorlesungen erleben konnten. Zunächst wurden die Probleme genau eingeordnet und der notwendige mathematische Hintergrund erarbeitet. Dann wurden die Antworten auf Schülerniveau angepasst und verschiedene Ideen zur Veranschaulichung erarbeitet. Einige Beispiele:

Warum ist minus mal minus plus?

- Einbettung in Lineare Algebra I: Gruppen, Ringe, Körper, Zahlbereichserweiterung durch Äquivalenzklassen
- Ideen für Erklärungen auf Schulebene, z.B. Permanenzprinzip

Warum darf man nicht durch 0 teilen?

- Betrachtung der Sonderrolle der 0 bei der Definition der Multiplikation in Gruppen und Ringen
- Darstellung des Problems auf Schülerniveau (verschiedene Klassenstufen), z.B.: Betrachtung der Funktion $f(x) = 1/x$ um den Nullpunkt Widersprüche aufzeigen: Was passiert, wenn $0/0 = 0$? Oder kann $0/0 = 1$ sein?

Phantasieverknüpfungen (nach Ludwig 1997)²

- Erstellen eigener Verknüpfungen, mit eigenen Symbolen
- Welche Verknüpfungen werden als sinnvoll wahrgenommen? Warum?
- Untersuchen der Verknüpfungen auf Kommutativität, Assoziativität, Abgeschlossenheit

²Matthias Ludwig, Projektorientierter Mathematikunterricht, Folge 7, in Mathematik in der Schule 35 (1997), S. 583 ff

- Idee und Theorie:

Warum kann es Sinn machen, so etwas mit Schülern durchzuführen?
Wahrnehmung von Mathematik als kreativ, nicht willkürlich, nicht fertig, das Verständnis von Strukturen wird geschult.

Um die Resonanz auf diese Maßnahmen untersuchen zu können, wurde zu Beginn des Semesters eine schriftliche anonyme Umfrage durchgeführt, in der die Frage „*Wozu brauche ich den uni-mathematischen Hintergrund?*“ gestellt wurde. Eine weitere Frage war „*Wie sicher fühlen Sie sich im Fach Mathematik als zukünftige/r Lehrer/in?*“. Am letzten Vorlesungstermin wurde dann, in Bezug auf die erste Umfrage, folgende Frage gestellt: „*Hat sich bei Ihnen durch die Vorlesung etwas verändert?*“

Die Reaktionen auf die mathematischen Einschübe in einer Didaktikveranstaltung war sehr gemischt, zeigte jedoch, dass bei vielen Studierenden eine Auseinandersetzung mit dem Thema der Nützlichkeit der Mathematikfachveranstaltungen stattgefunden hat. So gaben einige der Befragten zu Beginn der Vorlesung sehr vage Antworten auf die Frage, wozu der uni-mathematische Hintergrund gebraucht wird, die erkennen ließen, dass kein wirklicher Nutzen gesehen wird. In der zweiten Umfrage äußerten sie dann, dass sie den Hintergrund für praktisch halten, um zum Beispiel verschiedene Zugänge zu schulmathematische Themen verstehen und erklären zu können.

4 .Ausblick

Da die Resonanz auf beide Maßnahmen vorwiegend positiv war, wird an der Weiterentwicklung der Ideen zur stärkeren Verknüpfung von Schul- und Hochschulmathematik sowohl in der Vorlesungen der Mathematik als auch in der Mathematikdidaktik gearbeitet. Außerdem soll in Form von Materialien zur Sachanalyse, als fachwissenschaftliche Auseinandersetzung mit dem zu unterrichtenden Stoff, die jedoch bereits didaktische Aspekte berücksichtigt, eine weitere Hilfestellung für die Studierenden entstehen.