Henning KÖRNER, Oldenburg

Vom Studium ins Referendariat: Kontinuität oder Diskontinuität?

Es ist eine fundamentale Aufgabe für den Lehrer, das intellektuelle Leben, in das er die Schüler einführen will oder soll erst einmal selbst zu leben. (A. Kirsch)

Ein Blick in den Unterricht

Szene 1: Klasse 7, Stochastik, Unterrichtsgespräch

Was ist wahrscheinlicher: Augensumme 2 oder 3 beim Doppelwurf eines Würfels? (Kontext: Siedler von Catan)

Felix:	Bei (1/2) gibt es mehr Möglichkeiten als bei (1/1)
Jonas:	Ist egal: „1“ hat Wahrscheinlichkeit 1/6 und „2“ auch.
Rebekka:	Feld B ist besser, weil: Wenn ich weiterbauen will und da eine Straße haben möchte...
Till:	Egal, (1/1) ist dasselbe wie (1/2).
Lehrer:	Was machen wir nun?
Saskia:	Ist Laplace, kann man irgendwie ausrechnen.
Max:	Ausprobieren.

Es wird gewürfelt: Kumulierte Häufigkeiten:

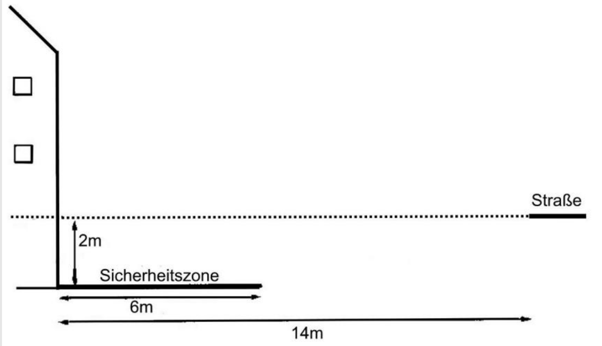
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	19	32	52	65	73	58	55	42	28	11

Daniel:	Ich würde auch in A bauen, weil das ja fast egal ist.
Helena:	Ich würde noch mehrmals würfeln, weil 4 mehr ist ja von 450 nicht viel.
Gabriel:	Bei einem anderen Experiment hätten wir wieder ein anderes Ergebnis.
Hanna:	Ist doch alles Zufall, kann man nicht so genau sagen.
Lisa:	Bei „6“ gibts mehr Möglichkeiten...
Christoph:	Mit zwei Würfeln ist kein Laplace-Versuch.
Joana:	Ich würde das mit den relativen Häufigkeiten machen, also so viel Möglichkeiten wie es sind und so viel wie es gibt...

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Szene 2: Q-Phase, Analysis, Gruppenarbeit

Bestimmung einer Einfahrt in eine Garage.



Lösungsvarianten:

(1)	Geradlinige Verbindung, Bestimmung mit		
	(a) Lineare Regression	(b) LGS mit GTR („rref“)	(c) $y=\frac{2}{8}x...$
(2)	Kubische Regression, Bestimmung mit		
	(a) Setzen von Punkten: $(-4\mid-1);(4\mid1);(0\mid0)$. Weitere Punkte werden ‚ausgelesen’: $(1\mid0{,}1);(3\mid0{,}9);(4{,}5\mid1)$.		
	(b) $f(-4)=-1;\ f(4)=1;\ f'(-4)=0$; Lösung mit LGS		
	(c) $f(-4)=-1;\ f(4)=1;\ f(0)=0;\ f''(0)=0$; Ansatz: Polynom vom Grad 3		

Szene 3: Klasse 10, Differenzialrechnung, Partnerarbeit

Bestimme die Ableitung von $f(x)=6x^3$

Zur Verfügung steht ein GTR mit der Möglichkeit, die Sekantensteigungsfunktion $msek(x,h)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ grafisch-tabellarisch auszuwerten.

S.: *An der Tabelle erkennen wir nichts.*

S. schauen Grafik an: *Ist vielleicht eine Parabel. Probieren wir mal* $f(x)=5x^2$*. Oh, zu weit.*

Die Schülerinnen probieren es zunächst mit $f(x)=3x^2$, merken dann, dass das ‚falsch herum’ ist und tasten sich vorsichtig mit $f(x)=6x^2, f(x)=7x^2...$ weiter. Zwischenzeitlich wird auch die Skalierung so geändert, dass mehr zu sehen ist. Sie landen schließlich bei $f(x)=17x^2$. *Das passt super. Aber noch nicht richtig. Ist das jetzt, weil msek nur*

‚ungefähr' ist oder weil unsere Ableitung nur ungefähr trifft?

Es wird $f(x)=18x^2$ gezeichnet. *Das ist es!!!*

Riesige Freude, aber: *Muss man da immer so lange probieren? Geht das nicht anders?*

L: *Dann probiert doch mal* $f(x)=x^2+4$ *mit der h-Methode.*

Die beiden Schülerinnen versuchen es:

$\frac{(x+h)^2+4-x^2+4}{h}$... *Ist nicht* $(x+h)^2=x^2+h^2$? ... Es kommt zum Stillstand. *Das ist schwer, obwohl wir sowas schon einmal gemacht haben.*

L: Dann ist Probieren vielleicht doch ganz gut?

Ja, man fühlt sich dann richtig wie ein Forscher!

In Szene 1 fließen unterschiedliche, natürlich oft nur vage geäußerte Wahrscheinlichkeitsmodelle, Fehl- und Grundvorstellungen zu Zufallsprozessen, aber auch unterschiedlich verfügbares und nutzbar gemachtes Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in ein dichtes Unterrichtsgespräch ein. Im Idealfall müssen Lehrkräfte entsprechend Fäden aufnehmen, in das Unterrichtsgeschehen integrieren und wertschätzend honorieren und kritisieren und dies alles in sehr kurzer Zeit.

In Szene 2 müssen einerseits unterschiedliche fachliche Implikationen der Lösungen antzipiert bzw. aufgenommen werden (Regression vs. Interpolation, Über- Unterbestimmstheit etc.), anderseits auch Einschätzungen bezüglich der Adäquatheit von gewählten Methoden getroffen werden: Eine Gerade durch zwei Punkte mit Regression ist unsinnig auch wenn numerisch korrekt.

Szene 3 wirft ein Licht auf Kompetenzvorstellungen und erzwingt ein hohes Maß an Sensibilität gegenüber unterschiedlicher Möglichkeiten von Schülerinnen und Schülern. Ein mehr fachwissenschaftlich orientierter Blick mag die fehlende Termumformungskompetenz beklagen, ein auf Erkenntnisgewinnung ausgerichteter prozessbezogener Blick freut sich über das für diese Schülerinnen seltene Erlebnis eigenen Gelingens und Findens eines mathematischen Sachverhalts.

Szene 2 und Szene 3 zeigen darüberhinaus eindrücklich, welches didaktische Potential in der Benutzung digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht steckt.

Die Szenen zeigen, dass Lehrkräfte für schülerbezogenen, kognitiv anregenden Unterricht im Wesentlichen zwei Dinge benötigen:

1. Ein differenziertes, vernetzendes und synthetisierendes spezifisches Fachwissen, das es ermöglicht, Schülerbeiträge in ein zusammenhängendes Ganzes einzuordnen und damit entsprechend wertzuschätzen,

2. eine personale Stabilität für einen produktiven Umgang mit fachbezogener Heterogenität, damit diese im Idealfall nicht als ‚Bedrohung', sondern Chance und Freude erlebt werden kann.

In eine ähnliche Richtung argumentieren bedeutsame Ausbilder der zweiten Phase. So weist Günter Steinberg auf die Abhängigkeit erfolgreichen Unterrichtens von der Persönlichkeitsstruktur der Lehrkraft hin [Steinberg (1986)], Günter Schmidt auf das Problem, dass meist die breitere Basis des eigenen Erlebens und der daraus erwachsenen Einstellungen und Kompetenzen fehlen [Schmidt (1994)] und Jörg Meyer auf die konstitutive Differenz von fachdidaktisch sinnvollem Unterrichten und Prinzipien fachwissenschaftlicher Ausbildung [Meyer (2005)].

Es muss hervorgehoben werden: Die allgemein geforderte Schülerorientierung auf Basis mehr oder weniger stark konstruktivistisch ausgeprägter Lerntheorien ist nur über ein fachbezogen adäquates Handeln zu erreichen, das von mathematikspezifischen Kognitionsprozessen in gleicher Weise etwas versteht (Heuristik) wie von fachimmanenten Zusammenhängen (innermathematisches Gefüge) und Bezügen des Faches zur übrigen Welt (Modellieren). Es ist kein Zufall, dass hier die drei Winterschen Grunderfahrungen ihren Auftritt haben.

Folgerungen für die fachliche und fachdidaktische Ausbildung in der ersten Phase

Schon die Expertise von Blum/Henn von 2003 (Blum/Henn (2003)] forderte, dass für Lehramtsstudierende exploratives und heuristisches Vorgehen im Fach von zentraler Bedeutung sind, dass Mathematik nicht als Fertigprodukt, sondern als durch Eigenaktivitäten zu Erschließendes erfahren werden muss. Ergänzt werden müssen Veranstaltungen, die

- Überblickswissen über mathematische Teilgebiete mit Anschluss an Schulstoff bieten,

- Verzahnungen von Fachwissenschaft und Schulstoff leisten.

Das Projekt „Mathematik Neu Denken" setzt diese und weitere Forderungen so um, dass hier Kontinuität zur zweiten Phase entsteht [Beutelspacher et al. (2011)]. Leider blieb diese Projekt bisher Singulariät, es herrscht wohl weiterhin eher eine schon von Wagenschein beschriebene „Entpädagogisierung" des Fachstudiums vor, die teilweise zu verheerenden

Entfremdungsprozessen vom Fachlichen führt, die konterkarierend für produktives Unterrichten von Mathematik sind.

Ein Blick in universitäre Veranstaltungen soll zeigen, was fachlich sinnvoll (Szene 4) und problematisch (Szene 5) erscheint.

Szene 4: Fachliches Seminar im Masterstudium

Problem: Auf welcher Kurve bewegt sich der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden eines Dreiecks ABC, wenn C parallel zu AB verschoben wird?

Ein Gruppe von Studentinnen forscht weit über die Frage hinaus, in dem sie das Problem sukzessive verallgemeinert (beliebige Punkte A,B und C, Variation der Bewegung von C) und erlebt, dass Verallgemeinerungen strukturell einfacher als Beispiele sein können. Sie schließen ihre Arbeit ab mit: *Wir kamen uns vor wie Forscherinnen!*

Szene 5: Fachdidaktisches Seminar im Masterstudium

Thema: Gleichungen und „Term-Tabelle-Graph“

Aufgabe an Sudierende: Löse $20-2x=20\cdot 0{,}5^{x}$

Alle Studierenden versuchen es 7-8 Minuten lang mit Äquivalenzumformungen, manche erhalten $x=0$, erst ganz am Schluss versucht ein Student eine grafische Darstellung.

Man vergleiche Szene 3 und Szene 4 auf dem Hintergrund des Zitats von Arnold Kirsch. Fachausbildung bedarf mehr eigentätiger, auch phänomenorientierter, Aneignungsprozesse, sie ist zu häufig, mindestens in der Wahrnehmung Studierender, allein von Strategien zur Stoffbewältigung geprägt.

Eine Algebravorlesung, eventuell mit Galoistheorie, ist meist nicht verpflichtend (Lösungsformeln für rationale Gleichungen), das Problem, transzendente Gleichungen „per Formel“ zu lösen, taucht ansonsten sicher an manchen Stellen des Fachstudiums auf, gehört aber kaum zum Kern und damit nicht zum gesicherten Wissensbestand. Fachdidaktische Ausbildung bedarf fachlicher Bezüge über Schulstoff hinaus und muss umgekehrt diese Bezüge aktiv herstellen und pflegen.

Es sollte Lehrveranstaltungen zu Inhalten geben, die notwendiges Hintergrundwissen zum Schulstoff darstellen. Hierzu zählt sicherlich grundlegendes Wissen und Können in Algebra und Funktionentheorie. Ziel müssen tragfähige Grundvorstellungen zu den zentralen Begriffen sowie Basiskompetenzen mit Vernetzungen zu anderen Teilgebieten sein.

Es gibt schulrelevante Inhalte, die im fachwissenschaftlichen Gefüge zu verschiedenen Teildisziplinen gehören und entsprechend disparat auftreten bzw. überhaupt nicht zum Pflichtkanon und zum Wissenstand angehender Lehrkräfte gehören. Es sollte Lehrveranstaltungen geben, die diese schulbezogene Gefüge aufnehmen und weiterführen. Beispiele für solche Inhalte sind: Krümmung, Kegelschnitte, Kurven in Parameterdarstellung, Näherungsverfahren, Splines/Beziérkurven. Es ist vermutlich kein Zufall, dass bei all diesen Themen digitale Werkzeuge eine prominente Rolle spielen können und sollten. Ausführlicheres zu spezifischen wünschenswerten mathematischen Inhalten im Fachstudium für Lehramtsstudierende findet man in [Körner (2015)].

Zwischenbemerkung:

Es wird hier bewusst keine Zuordnung der Forderungen und Wünsche an Fach oder Fachdidaktik gemacht, sondern es werden allgemein Wünsche so an die erste Phase formuliert, dass ein Kontinuum der Ausbildungsphasen entstehen kann.

Am Beispiel der Analysis soll das Beziehungsgefüge aus fachwissenschaftlicher, fachdidaktischer und dann schulpraktischer Perspektive aufgezeigt werden.

(1) Standardvorlesung: Kern: Arithmetisierung/Topologische Weitungen
Mengen → Grenzwerte/Stetigkeit → Differentialrech. → Integralrech.
(2) Problementwicklung (historisch): Kern: Das Infinitesimale
Flächen (Archimedes) → Ableitung/Integral (Newton/Leibniz) → Grenzwerte/Stetigkeit (Cauchy/Weierstrass) → Mengen (Cantor)
(3) Schule: Kern: Grundvorstellungen und algebraische Produkte
Änderungsrate, Steigung, Fläche → Ableitung (vom Bestand zur Änderung) → Integral (von der Änderung zum Bestand)

Das Erfassen der deduktiven Struktur der Analysis in ihrem jetzigen Entwicklungsstand gehört sicher zur wichtigen Erfahrung von Lehramtsstudierenden, nicht zuletzt um auch die synthetisierende Kraft solcher Theoriebildungen zu erleben. Ein alleiniger Fokus auf diese Wissensformen und Aneignungsweisen bleibt für die zukünftige Profession des Unterrichtens allerdings meist leer, wenn sie unverbunden mit problemorientierten und historischen Prozessen bleibt. Die Kenntnis solcher Prozesse schafft dann Anknüpfungspunkte für fachdidaktische Reflexionen, die den didaktischen Kern (fundamentale Ideen etc.), Vernetzungen in horizontaler und vertikaler Richtung und kognitionsspezifische Aspekte thematisieren. Hier auf eine ‚natürliche' Fähigkeit der Studierenden zur Verknüpfung zu hoffen, ist naiv, es müssen explizit solche Bezüge hergestellt werden. Es ist gerade ein konstitutives Problem, dass Studierende oft keine belastbaren, tragfähigen Bezüge zwischen ihrer Fachausbildung und der fachdidaktischen Ausbildung herstellen können. Die so angebahnte Kontinuität muss dann im Studienseminar fortgesetzt und ausgebaut werden, indem hier dann konsequent eine Ausrichtung auf das komplexe Zusammenwirken der unterrichtsprägenden Komponenten stattfindet; zu den fachlichen und fachdidaktischen Aspekten treten Lerngruppenspezifität, personale Performanz und Unterrichtsorganisation.

Es verwundert nicht, dass spezifische Aspekte des Fachlichen gemeinsame Klammer und ständiger Bezugspunkt der an der Lehrerausbildung beteiligten Disziplinen und Organisationen sind. Das Erleben des je Spezifischen, immer Professionsbezogenen, aber auch jederzeit über unmittelbare Verwertung Hinausgehende, schafft Kontinuitätserleben und sinnstiftende Zusammenhänge auf Seite der Lehramtsstudierenden. Hier liegt der Kern der fachdidaktischen Ausbildung, wenn man als Bezugspunkt die anvisierte Berufsausübung nimmt. Es ist naheliegend, dass dazu eine personale und sachbezogene Zusammenarbeit zwischen Hochschule (Forschung) und Schule (Praxis) produktiv ist. Dies setzt aber voraus, dass die Fachdidaktik als wesentlichen Bezug auch das Berufsfeld wahrnimmt und den Selbstbezug als Forschungsdisziplin als Mittel sieht und weniger als Selbstzweck. Nun ist es eine wissenschaftshistorische Tatsache, dass zunehmende Verwissenschaftlichung Selbstreferentialität befördert und vielleicht auch notwendig macht und dann zu Entfremdungsprozessen von Praxis führt. Hier liegt aber tatsächlich ein konstitutiver Unterschied von Fachwissenschaft Mathematik und Fachdidaktik vor. Während das Mathematikstudium sich gerade dadurch auszeichnet, dass es nicht auf einen bestimmten Beruf vorbereitet sondern allgemeine, dann eben auch abstrakte, Dispositionen, Fähigkeiten und Fertigkeiten erzeugt, die breite Verwendbarkeit garantieren, liegt der Fall bei der Fachdidatik genau komplementär dazu, ihr alleiniger Bezug ist (besserer) Mathematikunterricht. Damit ist ein rückgekoppelter Theorie-Praxisbezug konstitutiv für gelingende Fachdidaktik.

Eine zentrale Aufgabe der Fachdidaktik liegt dann in der Verknüpfung von Stoffdidaktik mit mehr bezugswissenschaftlich orientierter Forschung zur Kompetenzentwicklung [Bruder (2015), S. 585]. Die Frage „Hat Stoffdidaktik noch Zukunft?“ [Reichel (1995)] ist mit Blick aus der Praxis absurd, weil es ständig stofflich bezogene Fragen in der Praxis gibt, die gerade nicht allein aus der Praxis heraus beantwortet werden können, aber in Lehrerzimmern, Fortbildungen und Kommissionen in starker Diskussion stehen. Beispiele dafür sind die Rolle der Geometrie, die alte Frage notwendiger händischer Fähigkeiten und Fertigkeiten bei Benutzung digitaler Werkzeuge, Algebra mit CAS, das Verhältnis von Analytischer Geometrie und Linearer Algebra und viele mehr. Mindestens aus der Sicht der Praxis ist der alleinige disziplinübergreifende Forschungsbezug mit implizit geäußerten Ausschluss der Praxis stark zu kritisieren [Bruder (2015), S. 585]. Kontinuität und Effizienz bezogen auf Unterrichtsqualität wird gerade auch dadurch erreicht, dass Forschungsfragen aus reflektierter Praxis gesucht und aufgenommen werden, was ständigen Dialog mit ihr voraussetzt. Eine für die zweite Phase essentiell wichtige gute stoffdidaktische Lehre setzt im Sinne der Einheit von Forschung und Lehre natürlich entsprechende Forschungen voraus. Aus der Sicht der Praxis muss dann gefragt werden dürfen: Wie kann eine zunehmend stark im sozialwissenschaftlichen Paradigma verankerte Fachdidaktik stoffdidaktische Lehrqualität generieren und garantieren?

Beutelspacher, A. et al.(2011). Mathematik Neu Denken. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Blum, W./Henn, H. W.. Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehrerausbildung, MNU 56/2, S.68-76.

Bruder, R. et al. (Hrsg.) (2015). Handbuch der Mathematikdidaktik. Heidelberg: Springer.

Körner, H. (2015). Mathematik in Schule und Hochschule – welche Mathematik für Lehramtsstudierende? In Roth, J. et al. (Hrsg.), Übergänge konstruktiv gestalten. Wiesbaden: Springer

Meyer, J. (2009). Inhalte der 1. Phase aus dem Blick der 2. Phase der Lehrerausbildung. In MNU (Hrsg.), 14. Fachleitertagung Mathematik - Mathematikunterricht im Aufbruch. Neuss: Seeberger.

Schmidt, G. (1994). Die verschiedenen Phasen der Lehreraus- und –fortbildung – Gibt es eine Gesamtkonzeption? In MNU (Hrsg.), Schriften des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V. – Heft 55, Münster.

Steinberg, G. (1986). Sehr subjektive Gedanken zur Ausbildung von Referendaren im Fach Mathematik, ZdM 2/1986, S.43-47.