

## Entwicklung von informellen statistischen Maßen zwischen Werkzeugen und Objekten

Eine der wichtigsten Wirkungsweisen der Statistik ist die Möglichkeit, anhand von Daten mit einem bestimmten Maß von Sicherheit auf größere, unbekannte Prozesse *hinter* den Daten zu schließen – wie etwa der Schluss von reinen Temperaturdaten auf das komplexe Phänomen des Weltklimas. Dies geschieht für gewöhnlich durch die komplexen Methoden der inferentiellen Statistik. Der Begriff der *informellen statistischen Inferenz* rückt diese fundamentale Vorgehensweise der Statistik auch in den Rahmen der Möglichkeiten des Schulunterrichts: Informelle statistische Inferenzen (ISI) sind datengestützte Aussagen über ein größeres Phänomen unter Einbezug einer gewissen Unsicherheit in dieser Aussage (Makar & Rubin, 2009). Damit rückt die Aktivität des Ziehens von ISI in den Mittelpunkt des unterrichtlichen Geschehens.

### Informelle statistische Maße

Neben statistischen Normen und Gewohnheiten ist das Wissen um statistische Konzepte und Maße eine wichtige Bedingung für das Ziehen von ISI (Makar, Bakker, & Ben-Zvi, 2011). Das Gründen der Inferenzen auf Maße stellt aus Lernendenperspektive dabei eine Herausforderung dar. Während statistische Maße hochspezialisierte Mittel darstellen, um über spezifische statistische Konzepte zu sprechen, nutzen Lernende intuitive Ansätze, in denen unterschiedliche statistische Konzepte in wenigen Begriffen integriert werden (Makar & Confrey, 2005). Der Median ist ein reguläres Maß für genau das Zentrum einer Verteilung; wenn aber Lernende über die Lage des *normalen Bereichs* sprechen, integrieren sie dabei intuitiv gleichzeitig Konzepte von Zentrum, Streuung und Schiefe (Büscher, 2015). Solche Merkmale von Daten, auf die Lernende sich beim Ziehen von ISI stützen, werden im Folgenden als *informelle* statistische Maße verstanden. Im Gegensatz zu *regulären* statistischen Maßen, welche sich eindeutig auf statistische Konzepte beziehen, beziehen sich diese auf Vorstellungen der Lernenden, die ihrerseits mit verschiedenen statistischen

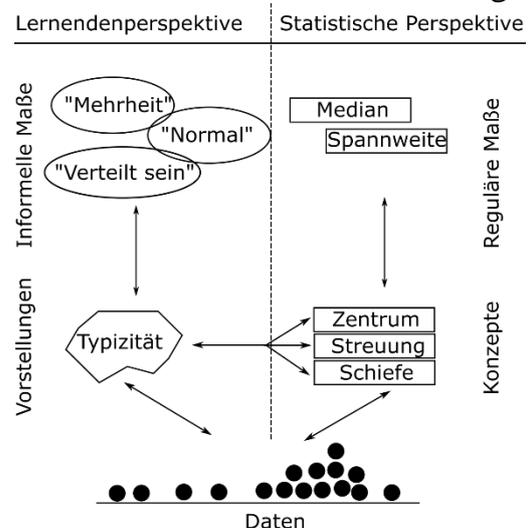


Abb. 1: Informelle Maße

Konzepten korrespondieren (Abb. 1).

## Zwischen Werkzeugen und Objekten

Reguläre Maße können einerseits auf ihren Nutzen für statistische Fragestellungen hin untersucht werden. Andererseits können sie das Objekt der Untersuchung selbst darstellen, indem ihr Verhalten für bestimmte Arten von Verteilungen untersucht wird, oder um sie in komplexere Prozeduren einzubetten. Diese unterschiedlichen Betrachtungsweisen lassen sich durch die *tool-object dialectic* (Douady, 1985) beschreiben: Mathematische Konzepte erhalten ihre Bedeutung erst als Werkzeuge für bisher unlösbare Probleme, um später als Objekte in Relation zu anderen Konzepten konsolidiert zu werden. Diese Studie untersucht diesen Wechsel von Werkzeug zu Objekt auf Prozessebene, um die folgenden Forschungsfragen zu klären:

(F1) *Wie entwickeln sich Maße zwischen Werkzeug und Objekt?*

(F2) *Wo sind Verbindungen zwischen informellen und regulären Maßen?*

## Design der Studie

Die vorliegende Fallstudie bildet einen Ausschnitt aus einem größeren Projekt im Rahmen der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (Hußmann, Thiele, Hinz, Prediger, & Ralle, 2013), bei dem in iterativ verschränkten Forschungszyklen Lernprozesse zum Vorstellungsaufbau in der Statistik angeleitet und untersucht werden. Im hier vorgestellten dritten Zyklus wurden Designexperimente mit fünf Paaren von Schülerinnen und Schülern der 7. Klasse eines Gymnasiums in NRW mit jeweils zwei Sitzungen durchgeführt, bei denen die statistischen Inhalte Boxplots und Quartile noch nicht behandelt wurden.

In der Lernumgebung der zweiten Sitzung erhielten die Lernenden Punktdiagramme von der jeweils niedrigsten Eisfläche jedes Monats aus der Arktis in den Jahren 1982, 1992 und 2012. Ein zentrales Designelement bildeten dabei sog. Steckbriefe, die datengestützte Berichtsformen liefern. Die Lernenden werden dabei mit bereits ausgefüllten Steckbriefen konfrontiert, auf denen fiktive Schülerinnen und Schüler informelle Maße in Begründungen einfließen lassen, ob sich die Eisfläche verändert habe (Abb. 2).

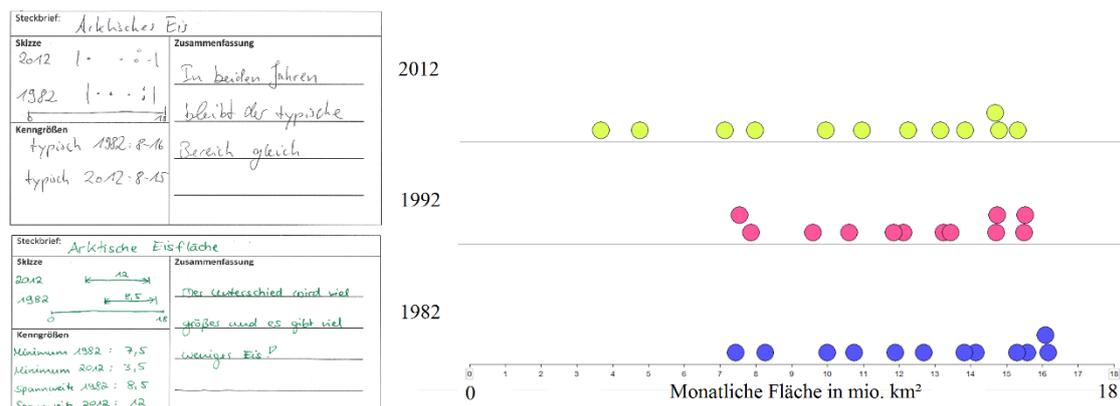


Abb. 2: Arktisches Eis und Steckbriefe

Die Designexperimente wurden vollständig videographiert und teilweise transkribiert, um mittels eines interpretativen Vorgehens die Rolle der informellen Maße in den Lernprozessen aufzudecken.

### Einblick in die Empirie: Maria und Natalie entwickeln Typisch

Eines der informellen Maße auf den Steckbriefen ist das Maß *Typisch*. Dieses wurde allerdings zu keinem Zeitpunkt klar definiert, und in den Steckbriefen zeigen sich kontrastierende Interpretationen dieses Maßes. Darum ringen die zwei Schülerinnen Maria und Natalie (etwa 12-13 Jahre) über einen Zeitraum von etwa 15 Minuten.

Nachdem die Schülerinnen zunächst andere informelle Maße betrachtet haben, wenden sie sich nun dem Maß *Typisch* zu:

*Maria: Da steht Typisch ist 14, oder?*

*Natalie: Das kann doch gar nicht sein [...] Typisch ist doch eigentlich so ne Spannweite.*

Zunächst klären die Schülerinnen hier die Form von *Typisch*: Eine Zahl oder eine „Spannweite“ (ihr Wort für Intervall). *Typisch* ist hier Objekt der Untersuchung, dessen Charakteristik der Form zur Diskussion steht.

Wenig später erläutert Natalie, auf welche Maße man achten sollte:

*Natalie: Durchschnitt ist schon wichtig. Bloß Spannweite, was so Typisch ist, sagt mehr über die einzelnen Tage aus. Weil, wenn der Durchschnitt 12 ist, kann's an einem Tag aber auch 18 Grad sein.*

In Abgrenzung zum Durchschnitt wird *Typisch* hier als Werkzeug für Aussagen über Streuung betrachtet: *Typisch* wird genutzt, wenn der Durchschnitt allein nicht ausreicht.

Einige Minuten später nimmt Natalie Stellung zu einem inkonsequenten Gebrauch von *Typisch*:

*Natalie: Ich weiß auch nicht, wie man Typisch ausrechnet. Ich glaube man geht vom Durchschnitt aus. Und dann nimmst du den Durchschnitt und die Kälteste, und machst davon nochmal den Durchschnitt. Und das selbe dann mit der Wärmsten. Und zwischen Durchschnitt und Durchschnitt ist dann Typisch.*

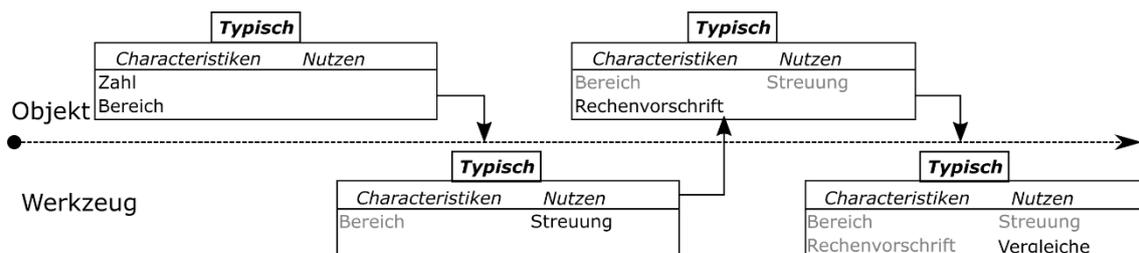


Abb. 3: Die Entwicklung von *Typisch* zwischen Objekt und Werkzeug

Indem Natalie eine Rechenvorschrift findet, erweitert sie die Charakterisierung von Typisch: Es ist nicht mehr nur ein Bereich in der Mitte der Verteilung, sondern hat feste Regeln zur Bestimmung. Typisch ist hier wieder das Objekt der Untersuchung.

Im Verlauf des Designexperiments wechseln die Schülerinnen die Rolle von Typisch mehrfach: Mal werden Charakteristiken des Maßes betrachtet, mal der Nutzen in bestimmten Fragestellungen. Dabei entwickeln sie ihr Verständnis von Typisch weiter, bis Typisch sogar zum Vergleich von Verteilungen genutzt wird (Abb. 3).

### **Zusammenfassung**

Der Blick auf informelle Maße wie Typisch erlaubt es, Anknüpfungspunkte im Denken und Handeln der Lernenden zu sehen, um einen Vorstellungsaufbau für formale Statistik zu betreiben. Die Entwicklung von Typisch geschieht in ständigem Wechsel der Betrachtung als Objekt und Werkzeug. Maria und Natalies Konzept von Typisch ähnelt am Ende sogar dem regulären Maß des Interquartilsabstands: Beide werden für Aussagen über Streuung genutzt, beide lassen sich durch Maße des Zentrums berechnen. Wie der Übergang von informellen zu regulären Maßen tatsächlich gelingen kann, und wie dies den Vorstellungsaufbau unterstützt, ist Gegenstand weiterer Forschung.

### **Literatur**

- Bücher, C. (2015). Was ist normal? – Individuelle Konzepte von Normalität als Fundament für den Vorstellungsaufbau in der Statistik. In F. Caluori, h. Linneweber-Lammerskitten, & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015* (S. 224–227). Münster: WTM-Verlag.
- Douady, R. (1985). The interplay between different settings. Tool-object dialectic in the extension of mathematical ability. In *Proceedings of the ninth international conference for the psychology of mathematics education* (S. 33–52).
- Hußmann, S., Thiele, J., Hinz, R., Prediger, S., & Ralle, B. (2013). Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In M. Komorek & S. Prediger (Hrsg.), *Fachdidaktische Forschungen: Vol. 5. Der lange Weg zum Unterrichtsdesign: Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme* (S. 25–42). Münster: Waxmann.
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The Reasoning Behind Informal Statistical Inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 152–173.
- Makar, K., & Confrey, J. (2005). Variation talk: Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 27–54.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82–105.