

Andreas RICHARD, Windisch; Markus CSLOVJECSEK, Windisch

Sounding Ways into Mathematics – Ein Entwicklungsprojekt an der Schnittstelle von Mathematik und Musik

Mathematik und Musik stehen seit Jahrtausenden in einer besonderen Beziehung zueinander: Wissenschaftler waren und sind immer neu fasziniert von Zusammenhängen zwischen den beiden Disziplinen. Beispiele solcher Zusammenhänge sind die Erzeugung von reinen Intervallen durch die Einteilung einer Saite in rationalem Verhältnis, oder die Bildung von Takten aus rationalen Puls- und Notenwerten als vorherrschende Basis westlicher Musik. Viele Kompositionen bestehen aus melodischen und rhythmischen Mustern, die sich wiederholen und verändern. Musikalische Experimente können zu einer mathematischen Exploration führen, umgekehrt lassen sich mathematische Gesetzmäßigkeiten durch Töne, Rhythmen und Melodien ausdrücken. Weitere Gemeinsamkeiten finden sich auf verschiedenen Abstraktionsstufen, aber nicht alle sind im Fokus des Europäischen Entwicklungsprojekts «Sounding Ways into Mathematics».

Vielseitige Zugänge zur Mathematik

Es gibt nicht die richtige Methode für das Unterrichten von Mathematik, das Unterrichtsgeschehen ist schlicht zu komplex. Jede Klasse besteht aus Individuen mit unterschiedlichen familiären, sozioökonomischen und kulturellen Hintergründen, Bedürfnissen und Ansprüchen. Heterogenität und Individualisierung beeinflussen die Ausgestaltung des Mathematikunterrichts. Damit idealerweise alle Schüler und Schülerinnen angesprochen werden und sie das Lernangebot nutzen können, sollten deshalb im Unterricht möglichst vielseitige Zugänge bereitgestellt werden. Gleichzeitig müssen die verwendeten Aufgaben kognitiv aktivierend wie auch für alle Kinder bearbeitbar sein. Es besteht der daraus abgeleitete Anspruch an die Praxis, Aufgaben bereitzustellen, die einen niederschweligen Einstieg ermöglichen, aber nach oben möglichst offen sind: «low threshold, high ceiling» (McClure, 2011), ein Konzept vergleichbar mit den so genannten Blütenaufgaben.

Der Forderung nach vielseitigen Zugängen zur Mathematik wird bisher beispielsweise über aussermathematische, lebensnahe Problemstellungen, Bezüge zur bildnerischen Kunst oder Natur entsprochen. Auch unterschiedliche Aufgabenformate, enaktive, ikonische und symbolische Darstellungen und die Berücksichtigung verschiedener Lerntypen haben Eingang in den Mathematikunterricht gefunden. Die Bereitstellung der Informationen geschieht jedoch meistens audiovisuell, selten taktil.

Gerade Kleinkinder lernen jedoch ihre Umwelt nur über alle Sinne und über Bewegung kennen, nicht reduziert auf die zwei Sinneskanäle Hören und Sehen, wie dies später im Leben meist der Fall sein wird. Gleichzeitig spielt das Gehör eine besondere Rolle für die Entwicklung kognitiver Fähigkeiten. Ab einer gewissen Altersstufe scheint dies im Unterricht vergessen zu gehen. Diese Zugänge oder Zugangsmöglichkeiten bleiben erhalten, auch wenn Kinder mit der Zeit lernen über Sprache und Bilder Informationen effizient aufzunehmen und ihren Horizont, ihr Wissen und Können zu erweitern.

Werden aktuelle Mathematiklehrmittel untersucht, finden sich praktisch keine Verbindungen zur Musik. Lernumgebungen, die die beiden Fächer interdisziplinär kombinieren würden, gibt es bis dato nicht. Ausnahmen sind Vertonungen von mathematischen Inhalten, die jedoch lediglich dem Auswendiglernen und Verinnerlichen von Reihen, Sätzen oder Prozeduren dienen.

Obwohl der Titel des Projekts dies suggerieren könnte, geht es jedoch nicht darum, Musik als Hilfsmittel für den Mathematikunterricht zu verstehen. Es stehen vor allem grundlegende Gemeinsamkeiten im Vordergrund. Musik und Mathematik haben auf einer basalen Ebene mehr miteinander zu tun als man vielleicht erwarten würde. Diese Gemeinsamkeiten herauszuarbeiten ist ein Aspekt des beschriebenen Projekts und soll sowohl den Mathematik- wie auch den Musikunterricht bereichern.

Es ist kein Anspruch des Projekts, für alle mathematischen Themen der Primarstufe musikalische Zugänge zu entwickeln und Verbindungen zur Musik zu schaffen. Jedoch sollen Aktivitäten bereitgestellt werden, welche über das reine Auswendiglernen von mathematischen Fakten hinausgehen und es ermöglichen, Mathematik jenseits von Regellernen und arithmetischen Kenntnissen zu betreiben.

Polyrhythmik als idealtypisches Beispiel

Musik und Mathematik beschäftigen sich mit Mustern. Solche Muster kann man ordnen, analysieren, in ein grösseres Ganzes verpacken in dem man sie zum Beispiel systematisiert, neu anordnet und abändert.

Am Beispiel eines polyrhythmischen Musters, welches verschiedene Rhythmen gleichzeitig im selben Metrum realisiert und in der Summe zu gegeneinander versetzten Betonungen führt (vgl. Knüsel, o.J.) soll dieses Potential eines fächerübergreifenden Konzepts illustriert werden: Beispielsweise kann in einem $6/8$ Takt jeder zweite und jeder dritte Schlag betont werden. Dies ergibt ein polyrhythmisches Muster, wie es in Trommelrhythmen, dem Cellokonzert von Dvorak oder dem Musikstück «Bleed» von Meshuggah in gleicher oder ähnlicher Form vorkommt.

Umgekehrt kann dieses Muster auch mathematisch erzeugt werden. Auf einem Zahlenstrahl werden alle Vielfachen von 2 und 3 beibehalten, die restlichen Zahlen entfernt oder ausgeblendet. Was an Zahlen übrigbleibt, ist im Kern das selbe polyrhythmische Muster wie oben musikalisch beschrieben. Die Herausforderung in der Praxis besteht aus dem gleichzeitigen Klatschen oder sonstigen Vertonen der beiden Rhythmen durch eine Person.

Neben dem musikalischen Gehalt ist das vorliegende Beispiel auch zahlen-theoretisch interessant und greift Themen der Primarschule auf: Beim kleinsten gemeinsamen Vielfachen der beiden Zahlen wird doppelt geklatscht und die durch das Muster generierten Lücken bestehen zu einem großen Teil aus Primzahlen. Auch die Frage nach den Mustern bei Variation der beiden Zahlen ist spannend. Sowohl musikalisch wie auch mathematisch kann ausgehend von einer relativ simplen Aufgabe eine Fülle an Aktivitäten an den Einstieg angeknüpft werden. Weitere Beispiele finden sich bei (Cslovjecsek, Guggisberg & Linneweber-Lammerskitten, 2011; Cslovjecsek, Liechi, Lischer & Utz, 2002; Cslovjecsek & Linneweber-Lammerskitten, 2011).

Im Entwicklungsprojekt ist einerseits eine gemeinsame theoretische Basis erarbeitet worden, andererseits verfolgt das Projekt seit Beginn das Ziel, Spezialisten der beiden Fachgebiete und Generalisten für beide Fächer wie beispielsweise Lehrpersonen zusammenzubringen und Materialien für fächerübergreifenden Unterricht zu erarbeiten.

Angebote für Lehrpersonen, Didaktiker und Didaktikerinnen

«Sounding Ways into Mathematics» ist ein Projekt innerhalb des «European Music Portfolios», welches unter der Leitung der Fachhochschule Nordwestschweiz von neun Institutionen aus ganz Europa mitgestaltet wird.

Das Projekt ist in erster Linie auf die Primarstufe ausgerichtet, die theoretischen Grundlagen haben jedoch auch für die Sekundarstufe I Gültigkeit und viele der Aktivitäten aus dem Projekt eignen sich deshalb ebenfalls für diese Stufe.

Für Lehrpersonen gibt es europäische wie nationale Weiterbildungsangebote, zudem ist eine Austauschplattform im Aufbau. Die Plattform erlaubt sowohl das Teilen von Ideen wie auch den Austausch von konkreten Unterrichtsmaterialien mit anderen Interessierten. Nicht zuletzt können sich Lehrpersonen und Fachspezialisten europaweit verknüpfen.

Die Plattform wird ständig weiterentwickelt. Neben dem öffentlich zugänglichen Teil kann nach der Registrierung auch auf weitere Informationen zugegriffen werden: <http://maths.emportfolio.eu>

Literatur

- Cslovjecsek, M., Guggisberg, M. & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Mathe macht Musik. *PM : Praxis der Mathematik in der Schule*, 42, 13–18.
- Cslovjecsek, M., Liechti, S., Lischer, P. & Utz, J. (2002). *Mathe macht Musik. Impulse zum musikalischen Unterricht mit dem Zahlenbuch 5 und 6*. Zug: Klett und Balmer.
- Cslovjecsek, M. & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Snappings, clappings and the representation of numbers. *New Jersey Math Teacher Journal*, 69 (1), 10–12.
- Knüsel, F. (o.J.). Polyrhythmik, Kreuzrhythmik, Polymetrik. Zugriff am 15.1.2016. Verfügbar unter: <http://www.felixknuesel.ch/rhythmik-metrik/04.pdf>
- McClure, L. (2011). Using Low Threshold High Ceiling Tasks in Ordinary Classrooms. *NRICH - enriching mathematics*. Zugriff am 15.1.2016. Verfügbar unter: <http://nrich.maths.org/7701>