

Catharina ADAMEK, Universität Münster

Der Lösungsplan als Strategiehilfe beim mathematischen Modellieren – Ergebnisse einer Fallstudie

Das Bearbeiten von mathematischen Modellierungsaufgaben ist für Schülerinnen und Schüler anspruchsvoll (s. Blum, 2007), da jeder Schritt im Modellierungsprozess eine mögliche kognitive Hürde darstellen kann (Galbraith & Stillman, 2006). Daher wird jeweils die Fähigkeit, einen solchen Schritt auszuführen, als Teilkompetenz des Modellierens bezeichnet (Kaiser et al., 2015). Blum und Leiß (2005) beschreiben folgende Teilkompetenzen: Verstehen, Vereinfachen/Strukturieren, Mathematisieren, Mathematisch arbeiten, Interpretieren, Validieren und Darlegen/Erklären. Es wurde gezeigt, dass Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben keine bewussten Lösungsstrategien nutzen und insbesondere durch fehlende metakognitive Kompetenzen Probleme beim Modellieren auftreten können (Blum, 2006; Kaiser et al., 2015). Um Lernende beim Modellieren zu unterstützen, können ihnen daher Strategien zum Lösen von Modellierungsaufgaben an die Hand gegeben und Wissen über Modellierungsaktivitäten als Prozess vermittelt werden (Blum, 1996; Blum, 2006).

Mathematisches Modellieren mit Lösungsplan

Ein möglicher Ansatz ist ein „Lösungsplan“, also ein metakognitives Strategieinstrument, dessen Aufbau an den Teilkompetenzen des Modellierens orientiert ist. Es sind bereits verschiedene Varianten von Lösungsplänen bekannt (Greefrath, 2014), die sich unter anderem in der Anzahl und der Art der Schritte unterscheiden. So wurde etwa im Rahmen des DISUM-Projekts ein vierschrittiger Lösungsplan entwickelt, der anhand der Teilschritte *Aufgabe verstehen*, *Modell erstellen*, *Mathematik benutzen* und *Ergebnis erklären* aufgebaut ist (vgl. u.a. Blum, 2006). Zöttl und Reiss (2008) haben eine Version entwickelt, die auf drei Schritte reduziert ist: *Aufgabe verstehen*, *rechnen* und *Ergebnis erklären*. Diese Lösungspläne enthalten alle Teilschritte des Modellierens in für Lernende vereinfachter Form.

Empirische Studien haben gezeigt, dass das Wissen über den Modellierungsprozess in Form eines strategischen Instruments als Orientierungshilfe für Lernende dient (Maaß, 2004), sodass ein Lösungsplan als metakognitives Hilfsmittel beim Modellieren im Mathematikunterricht verwendet werden kann und somit eine Kontrolle der einzelnen Schritte ermöglicht (Stillman, 2011; Kaiser et al., 2015). Jedoch hat sich herausgestellt, dass Lernende zumindest am Anfang dazu tendieren, den Lösungsplan zu ignorieren, obwohl

sie im Lösungsprozess auf Probleme stoßen (Schukajlow et al., 2011). Insgesamt wurde hingegen der erfolgreiche Einsatz eines Lösungsplans bei Schülerschwierigkeiten beobachtet (Blum, 2006).

Entwicklung eines strategischen Instruments

Im Rahmen des Projekts LIMo („Lösungs-Instrumente beim Modellieren“) der Universität Münster, in dem untersucht werden soll, wie sich der Einsatz eines Lösungsplans auf die Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern auswirkt, wurde anhand von theoretischen Überlegungen und bereits bestehenden Lösungsplänen ein fünfschrittiger Lösungsplan entwickelt. Dabei standen die effektive Nutzung und die Beachtung durch die Lernenden im Vordergrund. Dieser Lösungsplan umfasst die Schritte 1) Verstehen und vereinfachen, 2) Mathematisieren, 3) Mathematisch arbeiten, 4) Interpretieren und 5) Kontrollieren. Es wurden fünf Schritte gewählt, um auch den Schritt des Validierens von Ergebnis und Lösungsweg zu betonen.

Für den Einsatz im Unterricht wurde zusätzlich zum Lösungsplan ein Bearbeitungsbogen entwickelt, dessen Aufbau an die Schritte des Lösungsplans angelehnt ist und den Lernenden die Möglichkeit bietet, den Modellierungsprozess schrittweise zu dokumentieren. Eine Vorstudie hat gezeigt, dass der Einsatz des Bearbeitungsbogens die Aufmerksamkeit verstärkt auf den Lösungsplan lenkt, sodass sich für die hier vorgestellte Fallstudie die folgenden Forschungsfragen ergaben:

- Wie lösen Schülerinnen und Schüler Modellierungsaufgaben mit Hilfe von Lösungsplan und Bearbeitungsbogen?
- Welche Auswirkung hat der Einsatz des Bearbeitungsbogens auf die Verwendung des Lösungsplans?
- Welche Chancen und Risiken sind zu beobachten?

Eine Fallstudie zum Lösungsplan-Einsatz

Um diese Fragestellungen zu untersuchen, wurde eine Fallstudie mit 30 Schülerinnen und Schülern in einer 9. Klasse eines Gymnasiums in Leverkusen durchgeführt. In einer vierstündigen Unterrichtssequenz zum Modellieren bekamen die Lernenden in der ersten Stunde im Anschluss an eine Beispielaufgabe eine Einführung in die Nutzung des Lösungsplans, der zusammen mit dem Bearbeitungsbogen in den darauffolgenden Stunden bei der selbstständigen Bearbeitung von drei weiteren Modellierungsaufgaben in Partnerarbeit eingesetzt wurde. Die Unterrichtsstunden wurden von Mitarbeiterinnen des LIMo-Projekts beobachtet und die Schülerlösungen analysiert. Die Analyse erfolgte auf Grundlage von Kategorienbildung der Aspekte *Lösungsplannutzung* und *Schritte im Lösungsplan*.

Ergebnisse

Die im Folgenden vorgestellte Schülerlösung zeigt beispielhaft einen Schritt der Lösung einer Aufgabe aus der zweiten Stunde, in der die Schülerinnen und Schüler den Arbeitsauftrag hatten, die Fläche eines Grundrisses mithilfe des Lösungsplans zu modellieren und dies auf dem beiliegenden Bearbeitungsbogen zu dokumentieren.

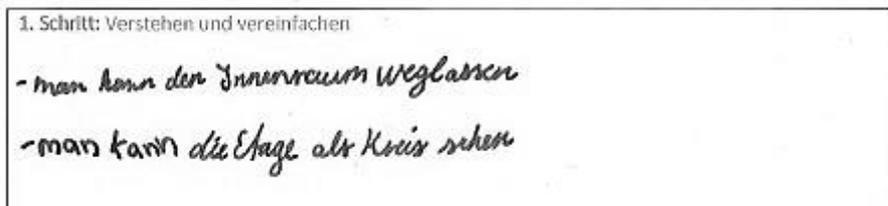


Abb. 1: Beispiel einer Schülerlösung zum Schritt „Verstehen und vereinfachen“

Die Schüler (s. Abb. 1) treffen zwei Annahmen, welche die Basis für den weiteren Lösungsweg dieses Schülerpaars, die Modellierung des Grundrisses als Kreis, bilden. Vermutlich haben die Lernenden den Lösungsplan in dieser Phase des Modellierungsprozesses genutzt, da im ersten Schritt „Verstehen und vereinfachen“ u. a. dazu aufgefordert wird, Vereinfachungen und Annahmen aufzuschreiben, die zur weiteren Bearbeitung der Aufgabe wichtig sind.

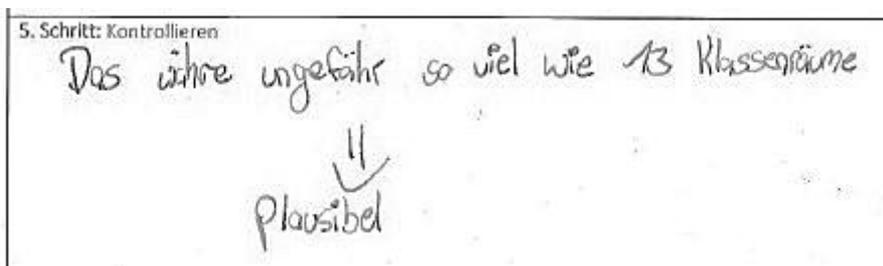


Abb.2: Beispiel einer Schülerlösung zum Schritt „Kontrollieren“

Auch diese Schülerlösung aus Abbildung 2 lässt vermuten, dass der Lösungsplan in diesem Schritt verwendet wurde. Der fünfte Schritt „Kontrollieren“ gibt den Lernenden den Hinweis, die Plausibilität des Ergebnisses anhand eines Vergleichsobjekts zu überprüfen. Das Schülerpaar vergleicht das zuvor berechnete Ergebnis in diesem Beispiel mit der Größe von Klassenräumen, sodass dieser Schritt des Lösungsplans offensichtlich beachtet wurde.

Zusammenfassung und Diskussion

Die Fallstudie zeigt, dass in allen Schritten des Lösungsprozesses verstärkt der Lösungsplan in Betracht gezogen wurde, da die Lernenden durch die Dokumentation der Lösung auf dem Bearbeitungsbogen auf die Schritte des Lösungsplans aufmerksam wurden. Eine Chance des Einsatzes von Lösungsplan und Bearbeitungsbogen beim Modellieren im Unterricht ist demnach,

dass der Lösungsplan tatsächlich beachtet wird und der Lösungsweg durch die schrittweise Bearbeitung überwacht und reflektiert werden kann. Auf der anderen Seite steht das Risiko, dass Lernende den Lösungsprozess nicht selbst steuern und der Modellierungsprozess ggf. nur einmal – und nicht wie durch den Modellierungskreislauf idealerweise angedeutet mehrfach – durchlaufen wird. Um zu untersuchen, inwieweit das strategiegestützte Modellieren mit Lösungsplan und Bearbeitungsbogen Auswirkungen auf die Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern hat, sind weitere quantitative Studien erforderlich. Dazu wird im Frühjahr 2016 im Rahmen des LIMO-Projekts eine quantitative Studie in 30 neunten Klassen in NRW durchgeführt.

Literatur

- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In: G. Kadunz et al. (Hrsg.), *Trends und Perspektiven: Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik* (S. 15-38). Wien: Tempusky.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der “Tanken”-Aufgabe. *Mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In Büchter, A. et al. (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 8-23). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3-12). Hildesheim: Franzbecker.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143-162.
- Greefrath, G. (2014). Lösungshilfen für Modellierungsaufgaben. In I. Bausch et al. (Hrsg.), *Unterrichtsentwicklung und Kompetenzorientierung. Festschrift für Regina Bruder* (S. 131-140). Münster: WTM.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In: R. Bruder et al. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357-383). Heidelberg: Springer.
- Maaß (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schukajlow, S., Blum, W. & Krämer, J. (2011). Förderung der Modellierungskompetenz durch selbständiges Arbeiten im Unterricht mit und ohne Lösungsplan. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(38), 40-45.
- Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. In G. Kaiser et al. (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling. ICTMA 14* (S. 165-180). Dordrecht: Springer.
- Zöttl, L. & Reiss, K. (2008). Modellierungskompetenz fördern mit heuristischen Lösungsbeispielen. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008* (S. 189-192). Münster: WTM.