

Helmut ALBRECHT, Schwäbisch Gmünd

## **Satellitennavigation – dem GPS auf der Spur.**

Das Problem der Navigation ist so alt wie die Menschheit, mussten doch schon unsere Vorfahren in der Steinzeit nach ihren Streifzügen in ihre Höhle zurück finden. Heute erledigt diese Aufgabe ein satellitengestütztes Navigationsgerät, das inzwischen in jedem Smartphone zu finden ist. Bei aller Selbstverständlichkeit, mit der wir uns heut per GPS ans Ziel führen lassen, taucht immer wieder die Frage nach dessen Funktion auf. Diese Frage lässt sich auf unterschiedlichen und insbesondere unterschiedlich anspruchsvollen Niveaus beantworten, für ein wirkliches Verständnis ist ein relativ profundes Wissen aus der Physik und der Mathematik erforderlich. Wer etwas tiefer in die Geheimnisse des *Global Positioning Systems* eindringen will, der stößt schnell auf eine exponentiell anwachsende Anzahl von Fragen, Problemen und Themen, weil jede Antwort ihrerseits neue Fragestellungen aufwirft. Damit ist der Problembereich der Satellitennavigation hervorragend dafür geeignet, ganz unterschiedliche Themen aus der Physik, der Astronomie und der Mathematik anzureißen und eine eigene Beschäftigung mit diesen Themen zu motivieren. Schließlich bietet damit die Beschäftigung mit der Satellitennavigation eine starke Antwort auf die häufige Frage von einzelne mathematische Verfahren isoliert betrachtenden Schülern und Studierenden, wofür man denn „das Alles“ überhaupt braucht.

Das grundlegende Prinzip der Satellitennavigation besteht darin, dass man zu einem bestimmten Zeitpunkt aus den Positionen von vier Satelliten die eigene Position berechnet. Für diese Bestimmung ist zum einen eine hochgenaue Zeitbasis erforderlich, die sich nur mit Atomuhren herstellen lässt und die zum anderen zu einer ganz speziellen GPS-Zeit geführt hat, welche sich an das Julianische Datum anlehnt.

An die Übertragung der Daten von den Satelliten zum Empfänger werden besondere Anforderungen gestellt: Diese Signale müssen von kleinen Empfängern ohne besondere Antenne empfangbar sein und dürfen nicht von meteorologischen Phänomenen beeinflusst werden. Da alle Satelliten alle Daten über ein und dieselbe Frequenz senden, muss der Empfänger entschlüsseln können, welcher Sender welche Daten gesandt hat. Realisiert wird dies über einen sogenannten „Pseudo Random Noise Code“.

Zur Bestimmung der Satellitenposition muss man sich mit der Himmelsmechanik und den Keplergesetzen beschäftigen. Dabei wird man nicht umhin kommen, sich mit einem inzwischen aus der Mode gekommenen geometrischen Objekt – der Ellipse – auseinanderzusetzen. Nicht zuletzt braucht es für die Ortsbestimmung ein gemeinsames Koordinatensystem.

Für die Belange der Satellitennavigation hat sich ein auf die Erde zentriertes und fixiertes Koordinatensystem als vorteilhaft herausgestellt.

Das notwendige mathematische Werkzeug zur Bewältigung der anstehenden Aufgaben für eine Positionsbestimmung aus den Rohdaten umfasst eine große Bandbreite: So benötigt man vom ehrwürdigen Pythagoras und den Apollonischen Ellipsen über mehrdimensionale Funktionen und deren partiellen Ableitungen Kenntnisse zur Linearisierung von Funktionen, die Methode der kleinsten Quadrate sowie eine gehörige Portion lineare Algebra. Aufgrund der Datenmenge, welche mit den mathematischen Werkzeugen verarbeitet werden muss, ist dies weder mit dem Taschenrechner und schon gar nicht von Hand sinnvoll zu erledigen. Hierfür braucht es schon mächtigere Werkzeuge wie beispielsweise Computer-Algebra-Systeme. Mit dem GPS gibt es immerhin eine weitverbreitete Anwendung mit hohem Motivationspotential, um die inhärenten mathematischen Problemstellungen in der Sekundarstufe II oder im Studium mit einer praxisnahen Anwendung zu unterfüttern.

## Literatur

Backhaus, Udo: Newton und die Kepler'schen Gesetze (Skript), <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/Astro-Vorlesung/himmelsmWS0203.pdf>

**Borre, Kai, Strang, Gilbert: Algorithms for Global Positioning, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, 2012**

Borth, Jan-Hendrik: Positionsbestimmung per GPS (Seminararbeit Uni Koblenz/Landau), <http://userpages.uni-koblenz.de/~physik/informatik/Sensoren/gps.pdf>

Braun, Matthias: Das GPS-System – Funktionsweise und Einsatzmöglichkeiten im Physikunterricht (Schriftliche Hausarbeit Uni Würzburg), <http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/ZulaGPS.pdf>

**Global Positioning System Directorate: Navstar GPS Space Segment / Navigation User Segment Interfaces, <http://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200F.pdf>**

Gurtner, Werner: RINEX – The Receiver Independent Exchange Format, <ftp://igs.org/pub/data/format/rinex302.pdf>

Hofmann-Wellenhof et. al.: GPS in der Praxis, Springer, Wien 1994

Homrighausen, Carina: Das GPS-System. Eine theoretische Annäherung und Ansätze zur Anwendung im Physikunterricht (Masterarbeit Uni Bielefeld), <http://www.physik.uni-bielefeld.de/didaktik/Examensarbeiten/MasterarbeitHomrighausen.pdf>

Korth, Wilfried: Studienhilfsmittel GPS-Code-Auswertung (Skript), [http://public.beuth-hochschule.de/~korth/gps\\_ausw.pdf](http://public.beuth-hochschule.de/~korth/gps_ausw.pdf)

**Zogg, Jean-Marie: GPS und GNSS: Grundlagen der Ortung und Navigation mit Satelliten ([http://www.zogg-jm.ch/Dateien/Update\\_Zogg\\_Deutsche\\_Version\\_Jan\\_09\\_Version\\_Z4x.pdf](http://www.zogg-jm.ch/Dateien/Update_Zogg_Deutsche_Version_Jan_09_Version_Z4x.pdf))**