

Anika DREHER, Anke LINDMEIER, Aiso HEINZE, Kiel

## **Professionelles Fachwissen von Lehrkräften der Sekundarstufen im Spannungsfeld zwischen akademischer und schulischer Mathematik**

Konzeptualisierungen des Fachwissens gehen meist vom Schulfachwissen aus und weisen mehr oder weniger Bezüge zum akademischen Fachwissen auf. Insbesondere in der gymnasialen Lehramtsausbildung wird jedoch häufig vertieftes akademisches Fachwissen vermittelt, dessen Zusammenhang mit „schulrelevantem“ Fachwissen unklar ist. Auf Basis von bisherigen Modellen zum Verhältnis Fachwissenschaft und Schulfach schlagen wir daher vor, ein Konstrukt zum berufsbezogenen Verknüpfungswissen zu berücksichtigen.

### **Die Diskrepanz zwischen schulischer und akademischer Mathematik**

Schulmathematik und die Mathematik, die typischerweise an Universitäten praktiziert und gelehrt wird, unterscheiden sich bekanntlich stark voneinander – nicht nur in Bezug auf die Inhalte und das Abstraktionsniveau, sondern auch bezüglich der charakteristischen Epistemologie (z.B. Bromme, 1994; Wu, 2011): Mathematik als Wissenschaftsdisziplin hat eine axiomatisch-deduktive Struktur und ist meist geprägt von einem hohen Abstraktionsniveau sowie einer formalen symbolischen Sprache. Im Gegensatz dazu steht in der Schulmathematik häufig die Anwendung von Mathematik als Werkzeug für das Beschreiben und Verstehen der Umwelt im Vordergrund. Mathematische Objekte werden dabei oft auf empirische Weise kontextgebunden eingeführt und Begriffsbildung erfolgt eher induktiv mit Hilfe von Prototypen.

Auf die Probleme, die diese Diskrepanz für die Lehrerverberufung mit sich bringt, hat bekanntlich bereits Felix Klein (1908) hingewiesen:

Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat [...]. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat. (S. 1)

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Diese Problematik ist noch immer aktuell (z.B. Wu, 2011), obwohl Klein (1908) bereits einen Lösungsansatz angedeutet hat, indem er vorschlug angehenden Mathematiklehrkräften sogenannte Elementarmathematik vom höheren Standpunkt zu lehren. Doch was ist eine aktuelle Interpretation dieses bekannten Schlagworts? Das Verständnis der nicht-trivialen Beziehung zwischen akademischer und schulischer Mathematik ist anscheinend ein Schlüssel zur Lösung des Problems und damit ist eine Analyse dieser Beziehung auch entscheidend dafür ein berufsspezifisches Fachwissen für Sekundarstufenlehrkräfte zu charakterisieren.

Ansätze zur Klärung des Verhältnisses zwischen Mathematik als Wissenschaftsdisziplin und Mathematik als Schulfach wurden bereits in den 1960er und 1970er Jahren im Rahmen der Curriculumforschung, der Gestaltung der universitären Lehrerbildung sowie der Verfahren zur fachbezogenen Unterrichtsanalyse diskutiert. Im Kontext der Curriculumforschung wurde beispielsweise betont, dass Lehrkräfte Wissen über die Struktur der Schulmathematik und auch über Gründe für diese Struktur benötigen (z.B. Fletcher, 1975). Solche Gründe können zumindest teilweise in fundamentalen Ideen der Mathematik gesehen werden, die im Sinne eines Spiralcurriculums auch in der Schulmathematik vermittelt werden sollen und so dabei helfen die Lücke zwischen akademischer und schulischer Mathematik zu einem gewissen Grad zu überbrücken (Bruner, 1960; Schweiger, 2006). Es bleiben jedoch Inkonsistenzen, welchen Lehrkräfte lokal auf Ebene der spezifischen Inhalte begegnen müssen, indem sie Zusammenhänge zwischen akademischer und schulischer Mathematik herstellen. Solche Zusammenhänge können ausgehend von der Wissenschaftsdisziplin (top-down) oder auch ausgehend vom Schulfach (bottom-up) gesehen werden. Ausgehend von der akademischen Mathematik ist die Frage wie solche mathematischen Inhalte in den schulischen Kontext transformiert werden können seit jeher zentral für die Mathematikdidaktik und entsprechendes Wissen ist bedeutsam für Mathematiklehrkräfte (z.B. Fletcher, 1975; Freudental, 1973). Da Lehrkräfte in Schulbüchern und Lernumgebungen jedoch häufig auch mit bereits transformierten mathematischen Inhalten konfrontiert sind, müssen sie auch entscheiden können, ob diese auf angemessene Weise transformiert wurden. Dazu ist Wissen darüber nötig, welche mathematischen Definitionen, Sätze und Beweise hinter den Inhalten der Schulmathematik liegen. Solche bottom-up Zusammenhänge wurden beispielsweise bereits in den 1970er Jahren betrachtet, als die Idee der mathematischen Hintergrundtheorie aufkam (z.B. Vollrath, 1979).

## Konzeptualisierung des professionellen Fachwissens

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen zum Verhältnis von akademischer und schulischer Mathematik haben wir Konzeptualisierungen des professionellen Fachwissens von Mathematiklehrkräften aus bekannten Studien analysiert und geben an dieser Stelle einen kurzen Einblick.

Die Beschreibungen der intendierten Fachwissenskonzeptualisierung in der COACTIV-Studie zeigen, dass hier tatsächlich auf Wissen im Spannungsfeld zwischen schulischer und akademischer Mathematik abgezielt wurde – der entstandene Fachwissenstest konnte jedoch prinzipiell auch von sehr guten Lernenden der gymnasialen Oberstufe gelöst werden und ging damit kaum über die Schulfachwissen hinaus (Kunter et al., 2013). Auch für die Untersuchung von Lehramtsstudierenden im Rahmen von TEDS-M zeigen die veröffentlichten Beispieltitems nur wenig Bezug zur akademischen Mathematik (Brese & Tatto, 2012). Die Fachwissenskonzeptualisierung der Michigan Group (z.B. Bass & Bass, 2003) enthält als Kernstück das sogenannte *specialized content knowledge* (SCK) als ein berufsspezifisches Fachwissen für Mathematiklehrkräfte. Eine Analyse der Beschreibungen und Beispiele der Autoren zu diesem Konstrukt zeigt, dass SCK im Wesentlichen als ein Wissen über Zusammenhänge zwischen schulischer und akademischer Mathematik gesehen werden kann (vgl. Ball & Bass, 2003). Zu beachten ist dabei allerdings, dass das Modell der Michigan Group anforderungsbezogen speziell für Grundschullehrkräften in den USA entwickelt wurde, die in ihrer Ausbildung kaum akademisches Fachwissen erwerben. Damit bleibt offen, wie ein entsprechendes berufsspezifisches Fachwissenskonstrukt für das Sekundarstufenlehramt beschaffen sein muss.

Durch die hier nur skizzierte Analyse sowohl von Arbeiten zum Verhältnis von schulischer und akademischer Mathematik als auch von unterschiedlichen Konzeptualisierungen des Fachwissens aus neueren Studien sind wir zum Schluss gekommen, neben dem akademischen Fachwissen noch eine weitere, für Sekundarstufenlehrkräfte spezifische Fachwissenskomponente zu betrachten: *Fachwissen im schulischen Kontext* (*school-related content knowledge, SRCK*). SRCK ist ein berufsspezifisches Fachwissen über Zusammenhänge zwischen schulischer und akademischer Mathematik und lässt sich durch die folgenden drei Facetten beschreiben: (1) Wissen über die curriculare Struktur der Schulmathematik sowie zu zugehörigen Begründungen und Wissen über Zusammenhänge zwischen akademischer und schulischer Mathematik in (2) top-down und in (3) bottom-up Richtung.

Aus empirischer Sicht stellen sich in Anbetracht dieses Konstrukts, das auf Basis theoretischer Überlegungen vorgeschlagen wurde, insbesondere die Fragen, ob es valide und reliabel gemessen werden kann, und ob es von

verwandten Konstrukten (fachdidaktisches Wissen und akademisches Fachwissen) empirisch getrennt werden kann. Diese Fragen konnten mit Hilfe einer empirischen Studie mit 505 angehenden Sekundarstufenlehrkräften bereits positiv beantwortet werden (Heinze, Dreher, Lindmeier, & Niemand, angenommen). Noch unbeantwortet ist aber beispielsweise die Frage, ob Lehramtsstudierende SRCK direkt erwerben können, oder ob dazu notwendigerweise zunächst akademisches Fachwissen als kohärente Grundlage benötigt wird.

## Literatur

- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In E. Simmt & B. David (Hrsg.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (S. 3–14). Edmonton: CMESG/ GCEDM.
- Brese, F. & Tatto, M. T. (Eds.) (2012). *TEDS-M 2008 user guide for the international database. Supplement 4*. Amsterdam: IEA.
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straesser, & B. Winkelmann (Eds.), *Mathematics didactics as a scientific discipline: The state of the art* (pp. 73–88). Dordrecht: Kluwer.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Fletcher, T. (1975). Is the teacher of mathematics a mathematician or not? In H. Bauersfeld, M. Otte, & H.-G. Steiner (Hrsg.), *Schriftenreihe des IDM* (S. 203–218). Universität Bielefeld, Institut für Didaktik der Mathematik, Bielefeld.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel.
- Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A., & Niemand, C. (angenommen). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. Erscheint in *Zeitschrift für Erziehungswissenschaften*.
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus: Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis. Vorlesung gehalten im Wintersemester 1907-08*. Leipzig: Teubner.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W. Klusmann, U. Krauss, S., & Neubrand, M. (2013) *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers. Results from the COACTIV project*. New York: Springer.
- Schweiger, F. (2006). Fundamental ideas: A bridge between mathematics and mathematical education. In J. Maass & W. Schlöglmann (Hrsg.), *New mathematics education research and practice* (S. 63–73). Rotterdam: Sense.
- Vollrath, J. (1979). Die Bedeutung von Hintergrundtheorien für die Bewertung von Unterrichtssequenzen. *Der Mathematikunterricht* 25(5), 77-8.
- Wu, H. (2011). The mis-education of mathematics teachers. *Notices of the AMS* 58(3), 372-384.