

Martin Guggisberg, Basel

Mathematisches Experimentieren mit „Jupyter notebook“ - Forschendes Lernen in der Sek II

Ausgehend vom arithmetisch-musikalischem Gruppenspiel Ping-Pong wird in diesem Beitrag aufgezeigt, wie Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 2 mit Hilfe des Werkzeugs „Jupyter notebook“ einzelne Spielsituationen simulieren können. Die Arbeitsweise der Schülerinnen und Schüler entspricht damit einem aktuellen Trend in der Forschung mit elektronischen Laborjournalen zu arbeiten.

1. Elektronische Laborjournale

In aktuellen Hochschulstudiengängen aus den Bereichen der „Computational Sciences“ wie z.B. „Computational Biology“ werden elektronische Laborjournale sowohl in Lehre wie auch der Forschung durchgängig eingesetzt.

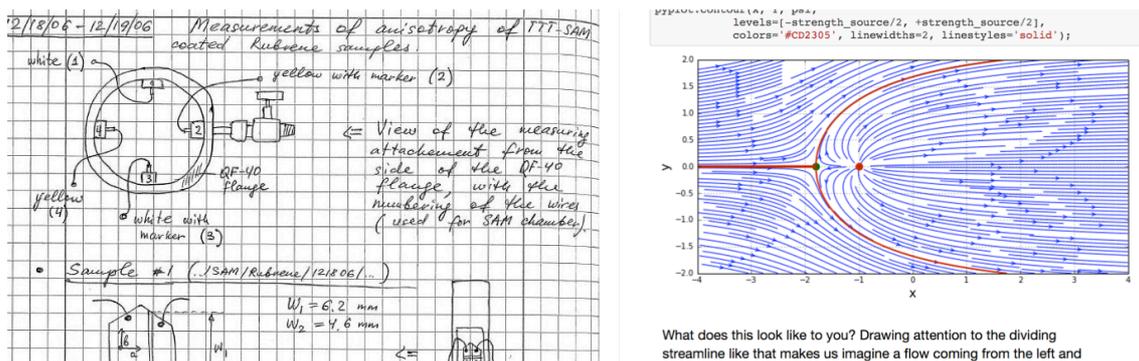


Abbildung 1: herkömmliches Laborjournal (links) mit Skizze und Angaben zu Dimensionen und experimentellen Parametern. Rechts: Ausschnitt aus einem elektronischen Laborjournal zur Hochschulveranstaltung Aerodynamics-Hydrodynamics an der George Washington Universität

Elektronische Laborjournale ermöglichen ein automatisiertes Erfassen von Daten, Messwerten und persönlichen Notizen. Numerische Experimente oder Simulationen können dabei direkt in einem Browser ausgeführt werden. Neben kommerziellen Produkten hat sich eine starke open-source Gemeinschaft im Bereich des wissenschaftlichen Rechnens gebildet. Wissenschaftler aus unterschiedlichen Forschungsfelder entwickeln frei zugängliche Werkzeuge für diverse Anwendungsfelder. Laufend werden weitere Softwarebibliotheken wie auch neue Programmiersprachen hinzugefügt (JuPyter, 2015). Elektronische Laborjournale können lokal auf dem eigenen Computer oder in frei zugänglichen Cloud-Portalen genutzt werden. Zahlreiche Beispiele dazu finden sich in wissenschaftlichen Publikationen oder direkt im Internet (Shen, H., 2014, Notebook Gallery 2015).

Im Weiteren wird ein möglicher Einsatz von elektronischen Laborjournalen anhand eines Gruppenspiels exemplarisch vorgestellt. Alle im folgenden gezeigten Verfahren, Simulationen oder Visualisierungen wurden selbst mit Hilfe eines elektronischen Laborjournals erstellt, sie können direkt mit einem Browser betrachtet oder genutzt werden (Guggisberg, M., 2016).

2. Mathematisches Experimentieren am Beispiel eines arithmetisch-musikalischen Gruppenspiels

Das Ping-Pong Spiel (Cslovjecsek, M., 2011) behandelt eine koordinative, kooperative, rhythmische Aufgabenstellung, welche mit Gruppen von 4 bis 26 Schülerinnen und Schülern (SuS) durchgeführt werden kann.

Die SuS sitzen im Kreis und zählen der Reihe nach. Zusätzlich müssen sie drei Regeln befolgen:

1. Alle Dreier-Zahlen werden durch das Wort „Ping“ ersetzt.
2. Alle Vierer-Zahlen werden durch das Wort „Pong“ ersetzt.
3. Bei „Ping“ oder „Pong“ erfolgt jeweils ein Richtungswechsel, jedoch nicht, wenn eine Zahl sowohl durch 3 und 4 teilbar ist. In diesem Fall wird „Ping-Pong“ gesagt.

Trotz dieser einfachen Regeln sind viele Mitspieler einem hohen Gruppendruck ausgesetzt. Es gilt im richtigen Moment das Richtige zu sagen. Antworten auf Fragen wie: „Was muss ich sagen, wenn ich an die Reihe komme?“ oder: „Welche Zähl-Zahlen treten an meiner Spielposition auf?“ können dabei helfen.

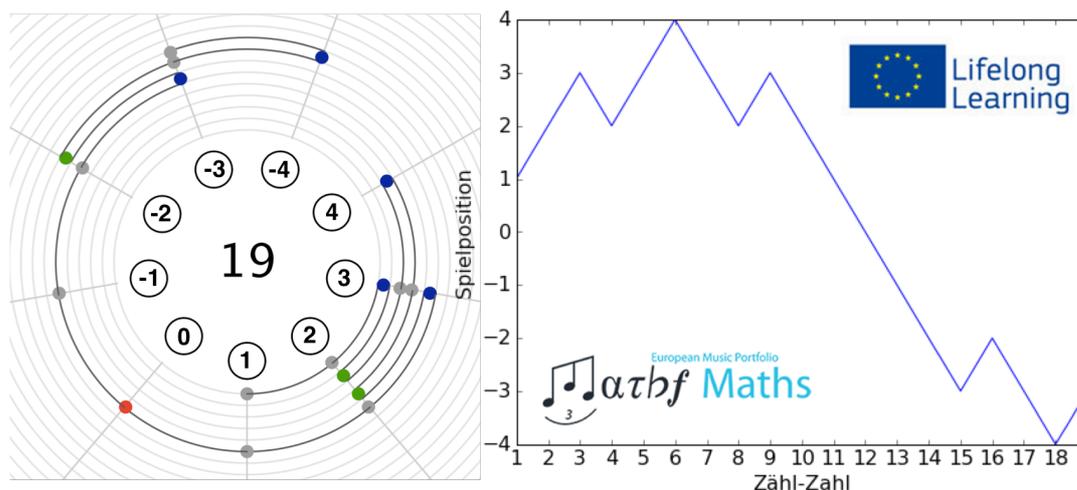


Abbildung 2: Ping-Pong Spielverlauf bis zur Zähl-Zahl 19, links: Ortsdarstellung, rechts: Spielposition vs. Zähl-Zahl Diagramm

Bei der Suche nach einer Vorhersage des Spielverlaufs bietet sich den SuS die Möglichkeit verschiedene Visualisierungstechniken zu entwickeln. Ab-

bildung 2 zeigt zwei Darstellungen für den Fall mit ping=3 und pong=4. Die Visualisierung auf der rechten Seite lässt vermuten, dass sich der Spielverlauf mit Hilfe einer mathematischen Funktion beschreiben lässt, dies ist jedoch nicht auf einfache Weise möglich. Es kann jedoch basierend auf den Spielregeln ein Algorithmus gefunden werden, welcher zu jeder Zähl-Zahl die entsprechende Spielposition ermittelt (Cslovjecsek, M., 2011).

Eine Verallgemeinerung des Ping-Pong Spielprinzips auf beliebigen Ping- und Pong-Zahlen führt zu einer Vielzahl verschiedenen Spielverläufen. Diese lassen sich direkt in einem elektronischen Laborjournal untersuchen. Z. B. weisen die Fälle mit den Ping-, Pong-Zahlen (3,5), (3,7), (3,9) und (3,11) ein divergentes Verhalten auf (Abbildung 3).

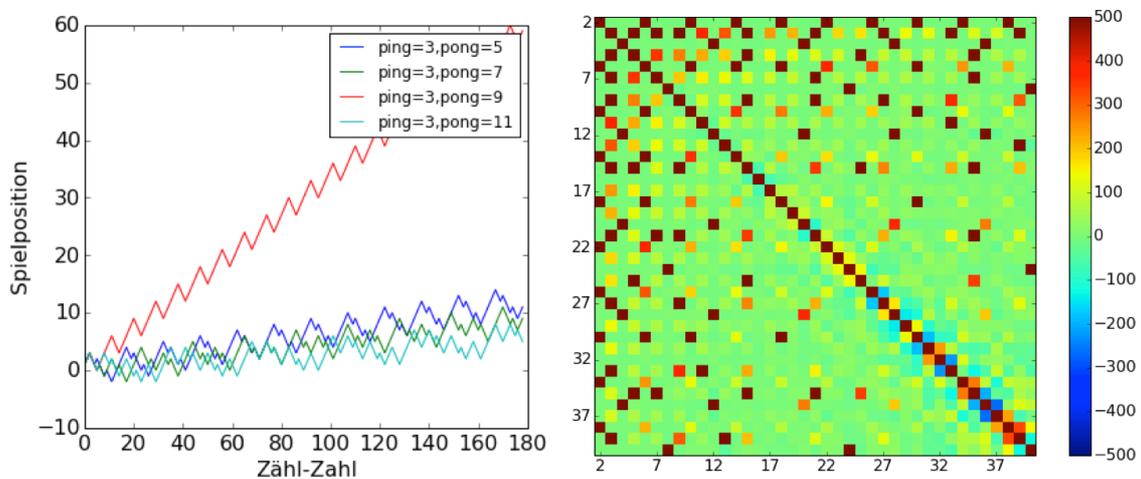


Abbildung 3 Links: Divergierende Verläufe des Spiels zu den Ping-,Pong-Zahlen (3,5), (3,7), (3,9), (3,11). Rechts: Matrixdarstellung der ersten 38² möglichen Ping-,Pong-Zahlen Kombinationen.

Mit Hilfe eines elektronischen Laborjournals lassen sich die Spielpositionen der ersten 1440 Kombinationen für eine bestimmte Zähl-Zahl berechnen und mit einer Farbe kodiert in einem Raster darstellen. Eine Vielzahl von Fällen erscheint grün, diese zeigen mit einer hohen Wahrscheinlichkeit kein divergentes Verhalten.

Eine Klärung liefert eine direkte Untersuchung. Im folgenden werden die Paare (35,36), (35,38), (35,40), (37,36), (37,38), (37,40), (39,36), (39,37), (39,40) dargestellt (Abbildung 4). Es zeigt sich, dass alle direkt nebeneinander liegenden Zahlenpaare (n,n+1) ein periodisches Verhalten mit unterschiedlichen Amplituden aufweisen.

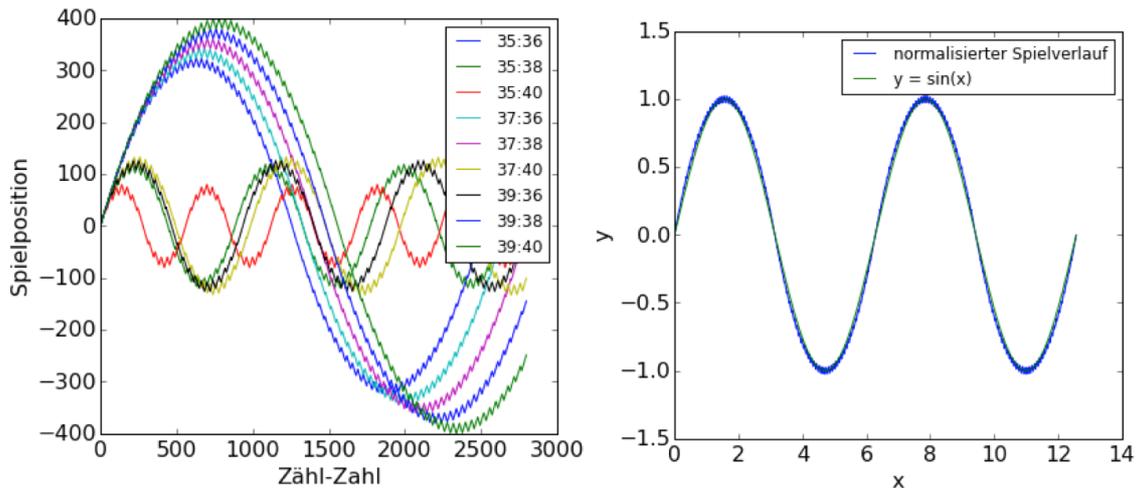


Abbildung 4 Links: Periodisches Verhalten bei ungeraden geraden Ping-, Pong-Zahlenpaaren. Rechts: Vergleich eines normierten Spielverlaufs mit $y=\sin(x)$

Ein normalisierter Spielverlauf (Amplitude = 1.0 und Periode = 2π) hat das Potenzial als erste Näherung einer Sinusfunktion verwendet werden zu können.

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass mit Hilfe von elektronischen Laborjournalen mathematische Fragestellungen experimentell untersucht werden können. Mathematiker wie z.B. Fermat, Euler oder Riemann haben viele Stunden ihres Lebens damit verbracht, Rechnungen im Kopf durchzuführen, um „mögliche Wahrheiten“ zu erkunden. Elektronische Laborjournale bieten SuS die Möglichkeit mathematische Problemstellungen mit Hilfe von Berechnungen oder Beobachtungen zu erforschen.

Diese Arbeit ist in Zusammenarbeit mit dem EMP-Maths Projekt entstanden und weiterentwickelt worden (European Music Portfolio – Maths: „Sounding Ways into Mathematics“, www.maths.emportfolio.eu). EMP-Maths wird vom Lifelong Learning Programm der Europäischen Union finanziert.

Literatur

- Cslovjecsek, M., Guggisberg, M. & Linneweber-Lammerskitten H. (2011). Mathe macht Musik Ping-Pong: Ein arithmetisch-musikalisches Gruppenspiel, PM Praxis der Mathematik 42 (pp. 13 – 18).
- Guggisberg, M., (2016). Mathematisches Experimentieren mit „Jupyter notebook“ Verfügbar unter: <https://github.com/mgje/PIUMP/tree/master/GDM2016> [24.3.2016]
- JuPyter (2015). Try JuPyter. Verfügbar unter: <https://try.jupyter.org/> [24.3.2016]
- Notebook Gallery (2015). Links to IPython and Jupyter Notebooks. Verfügbar unter: <http://nb.bianp.net/> [24.3.2016]
- Shen, H. (2014). Interactive notebooks: Sharing the code. Nature, 515(7525), 151-152.