Ekaterina KAGANOVA, Potsdam

Was lehren Schulbuchlehrtexte im Fach Mathematik?

Schulbücher stellen gesellschaftlich kontrollierte Instrumente zur Steuerung und Beeinflussung des Unterrichtsgeschehens dar und spiegeln in dieser Hinsicht gesellschaftlich akzeptiertes bzw. erwünschtes Lehren und Lernen. Gleichzeitig dürften die Schulbücher aufgrund der Tatsache, dass sie naturgemäß inhaltlich wesentlich konkreter gestaltet sind als Rahmenlehrpläne und im Vergleich zu diesen unmittelbar im Unterricht eingesetzt werden, das Unterrichtsgeschehen viel stärker beeinflussen. Damit erfüllen sie eine Mediator-Funktion zwischen gesellschaftlich Gewolltem und dem konkreten Unterricht (vgl. Valverde et al. 2002, S. 9ff.). Sie transportieren also nicht nur das gesellschaftlich Akzeptierte und Gewollte, sondern spiegeln in gewisser Hinsicht auch das tatsächlich im Unterricht (typischerweise) Stattfindende und stellen insofern aufschlussreiche Untersuchungsobjekte dar.

Die Verwendung des Schulbuches – aus welcher Perspektive man es auch betrachtet – ist eng an die Überzeugung gekoppelt, dass Schüler(innen) durch seinen Einsatz etwas lernen, d.h. Wissen erwerben und vertiefen können. Die Lehrtexte in Schulbüchern verweisen dabei insbesondere auf die im Lehrprozess zentralen Phasen der Einführung neuen Lernstoffs. Viele Schulbuchautoren äußern sich auf den Einführungsseiten hinsichtlich der erwünschten Nutzungsweise des Schulbuchs im Allgemeinen und der Lehrtexte im Konkreten; so wird typischerweise beabsichtigt, dass Schüler(innen) die Lehrtexte (zuhause) lesen können, falls sie im Unterricht gefehlt oder etwas nicht verstanden haben. D.h. eine zentrale Funktion der Lehrtexte besteht darin, den selbständigen Wissenserwerb ohne Hilfe von Lehrern oder Eltern zu ermöglichen. Aus dem Gesagten lässt sich die Frage ableiten: Was und wie (gut) lehren Mathematikschulbuchlehrtexte bzw. was und wie (gut) können adressierte Schüler(innen) selbständig aus ihnen lernen?

Angesichts der eben skizzierten Bedeutung von Schulbuchlehrtexten verwundert es, dass die mathematikdidaktische Forschung bisher wenig Interesse an ihnen zeigt. Dies gilt insbesondere hinsichtlich der oben aufgeworfenen Frage nach dem mit Hilfe der Lehrtexte Lernbaren. Insgesamt lassen sich mehrere Defizitbereiche in der mathematikdidaktischen Forschung konstatieren: zunächst das empirische Defizit; wir wissen kaum etwas darüber, was und wie gut Lehrtexte lehren. Des Weiteren fehlt ein analytisches Instrumentarium, um differenziert und intersubjektiv das anhand eines Lehrtextes Lernbare zu erfassen und zu beschreiben. Und schließlich besteht ein theoretisches Defizit: Die Größe ‚Lehrpotential eines Schulbuchlehrtextes‘ ist bislang nicht einmal ansatzweise konzipiert. In meiner Dissertation

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

(vgl. Kaganova 2016) wird der Versuch unternommen, die beschriebenen Leerstellen zu reduzieren, indem zunächst das Konstrukt ‚Lehrpotential eines Mathematikschulbuchlehrtextes‘ als eine lernstoffunspezifische, intersubjektive, textinterne und möglichst analytisch zugängliche Größe konzipiert und anschließend systematisch erfasst wird. Hierfür wurden Erkenntnisse einer kognitiven Lerntheorie, die auf der Schematheorie basiert, aufgegriffen, mit textlinguistischen Ansätzen sinnvoll ergänzt und hinsichtlich meiner Forschungsfrage weiterentwickelt. Das Lehrpotential eines Schulbuchlehrtextes umfasst demnach die von einem verstehen wollenden Rezipienten (Modellschüler) anhand eines Lehrtextes bildbaren, möglichst intakten mentalen Modelle und die mit ihnen einhergehenden kognitiven Veränderungen.

Im Folgendem wird das Lehrpotential eines kurzen Lehrtextes – eines ‚Kastens‘ – skizzenhaft analysiert, wodurch das theoretisch-methodische Vorgehen angedeutet und eine exemplarische Antwort auf die Ausgangsfrage gegeben wird. Der in der nachfolgenden Abbildung dargestellte Lehrtext stammt aus dem Schulbuch ‚Mathematik 6‘ vom Westermann Verlag und trägt die Überschrift ‚Dezimalbrüche‘.

Einen Bruch mit dem Nenner 10, 100, 1000, … kann man als Dezimalbruch schreiben.		
$\frac{5}{10} = 0{,}5$	$\frac{56}{100} = 0{,}56$ $\quad \frac{3}{100} = 0{,}03$	$\frac{307}{1000} = 0{,}307$ $\quad \frac{8}{1000} = 0{,}008$
$1\frac{7}{10} = 1{,}7$ $\quad \frac{23}{10} = 2{,}3$	$2\frac{11}{100} = 2{,}11$ $\quad \frac{416}{100} = 4{,}16$	$2\frac{455}{1000} = 2{,}455$ $\quad \frac{3218}{1000} = 3{,}218$

Abbildung: Kasten ‚Dezimalbrüche‘ im Schulbuch ‚Mathematik 6‘ (Liebau et al. 2004, S.42)

Die Brüche wurden im Schulbuch in vorherigen Kapiteln als Anteile eingeführt, die Dezimalbrüche tauchen in diesem Kasten erstmals auf. Dementsprechend wird auch das Vorwissen des Modellschülers angenommen: Er weiß, dass Brüche Anteile bezeichnen, hinsichtlich der Dezimalbrüche besitzt er jedoch lediglich Alltagskenntnisse, insbesondere haben abstrakte Dezimalbrüche, also jene ohne Größeneinheiten, für ihn keine Bedeutung (vgl. Padberg 2004, S. 42). Im Folgenden wird der Frage nachgegangen, inwiefern der vorliegende Lehrtext für den Modellschüler verstehbar ist und was er mit seiner Hilfe lernen kann.

Unser Modellschüler kann annehmen, dass mit dem Text erklärt wird, was Dezimalbrüche sind. Für diese Annahme sprechen insbesondere die Überschrift und der Aufbau des Schulbuchs. Im Rahmen dieses Textverständnisses wird der erste Satz wie folgt interpretiert: Ein Dezimalbruch ist ein Bruch mit dem Nenner 10, 100, 1000. Da unser Modellschüler bereits weiß, dass Brüche Anteile sind, kann er schlussfolgern, dass Brüche mit dem Nenner

10, 100, 1000 spezifische Anteile sind, nämlich jene, bei denen ein Ganzes in 10, 100, 1000 Teile eingeteilt ist. Im Rahmen dieses Textverständnisses wird also anhand des ersten Satzes die Frage ‚Was ist ein Dezimalbruch?‘ auf einer allgemeinen Ebene beantwortet. Die nachfolgenden Gleichungen konkretisieren die Bedeutung der Dezimalbrüche. Insgesamt kann das anhand des Kastens konstruierte Modell in etwa wie folgt paraphrasiert werden: „Ein Dezimalbruch bezeichnet Zehneranteile. Die Zahl vor dem Komma bezeichnet die Anzahl der Ganzen, eine Nachkommastelle bezeichnet die Anzahl der Zehntel; zwei Nachkommastellen bezeichnen die Anzahl der Hundertstel; usw.“ Im Zuge solch eines Textverständnisses bzw. Modells lernt unser Modellschüler, was Dezimalzahlen bedeuten. Er erlangt die globale Sicht auf die Dezimalbrüche und weiß damit, dass beispielsweise 0,56 56 Hundertstel bezeichnen.

Allerdings erfordert solch ein Textverständnis bzw. mentales Modell ein hohes Maß an kognitiver Arbeit. So muss zunächst die syntaktische Struktur des ersten Satzes verändert werden. Des Weiteren muss unser Modellschüler die Bedeutung der Dezimalbrüche größtenteils selbständig mit Hilfe seines fachlichen Vorwissens schlussfolgern. Die Textdaten unterstützen diese Leistung kaum, denn ‚Anteile‘ bzw. ‚Tausendstel, Hundertstel, Zehntel‘ werden nicht explizit erwähnt. Das Schlussfolgern der Bedeutung bzw. des Bezeichneten der Dezimalbrüche anhand vorliegender formal-mathematischer Zeichen (Gleichungen), die natursprachlich nicht erläutert werden, stellt insgesamt eine hohe kognitive Anforderung dar.

Der vorliegende Kasten ist aber auch unter der Annahme, dass der Autor mit dem vorliegendem Text mitteilen möchte, welche (Rechen-)Aufgaben im Folgenden gestellt und wie sie zu bearbeiten sind, sinnhaft lesbar.[1] Anhand des ersten Satzes ist demnach vom Rezipienten zu schlussfolgern, welche Aufgaben im Folgenden gestellt werden. Die Gleichungen beinhalten im Rahmen dieser Lesart die einzelnen Bearbeitungsschritte. Das entsprechende Modell kann verkürzt wie folgt paraphrasiert werden: „Im Folgenden werden Aufgaben gestellt, in denen Brüche mit dem Nenner 10, 100, 1000… als Dezimalbruch geschrieben werden müssen. Solche Aufgaben sind wie folgt zu bearbeiten: Schreibe den Zähler auf, zähle die Nullen im Nenner, zähle im aufgeschriebenen Zähler von rechts nach links die entsprechende Anzahl der

[1] Der vorliegende Kasten ist außerdem als eine Mitteilung des Verfahrens ‚Schreiben der Brüche mit Nenner 10, 100, 1000 als Dezimalbrüche‘ und des (mathematischen) Satzes ‚Zehneranteile sind als Dezimalbrüche schreibbar‘ sinnhaft interpretierbar. Allerdings sind diese Interpretationen kognitiv anspruchsvoller als die vorgestellte Aufgaben-Lesart. (zur ausführlichen Analyse siehe Kaganova 2016, S. 123-137)

Stellen, setze dort das Komma“. Auch in diesem Fall erfordert die Modellkonstruktion mehrere selbstständige Schlussfolgerungen und ist daher kognitiv anspruchsvoll. Insbesondere ist das ‚Sehen‘ der Bearbeitungsschritte anhand der Gleichungen nicht leicht. Allerdings stellt sich beim Aufgaben-Modell die Frage nach der Bedeutung der Dezimalbrüche nicht; zu einer erfolgreichen Aufgabenbearbeitung genügt es zu verstehen, wie man mit mathematischen Zeichen umzugehen hat. Fachliches Vorwissen muss dabei kaum aktiviert werden, was die Modellbildung im Vergleich zum beschriebenen Begriff-Modell wesentlich vereinfacht. In diesem Fall lernt unser Modellschüler, wie Zeichen (Zehnerbrüche) in andere Zeichen (Kommazahlen) umgewandelt werden. Er lernt jedoch nicht, was Dezimalbrüche bedeuten.

Das hier skizzierte Ergebnis scheint kein unglücklicher Einzelfall zu sein, Die in meiner Untersuchung analysierten (deutlich längeren) Lehrtexte teilen im Wesentlichen mit, wie (Zeichen-)Aufgaben zu bearbeiten sind. Dabei sind explizite Handlungsanweisungen auf der Textoberfläche höchst selten. Diese erscheint vielmehr eher mathematisch, d.h. es werden Merkmale mathematischer Objekte genannt und oberflächlich erklärt und hergeleitet. Insofern ist die in der Tiefenstruktur des Textes eigentlich wirksame Aufgabenorientierung auf der Textoberfläche in ein ‚mathematisches Gewand‘ eingehüllt, was zur Folge hat, dass diese Lehrtexte schwer sinnhaft lesbar sind. Die adressierten Schüler(innen) dürften erhebliche Schwierigkeiten haben, mit ihrer Hilfe selbständig zu lernen. Die Schüler(innen), denen es gelingt, einem Text Sinn zu entnehmen, ihn also zu verstehen, werden eher die relativ leicht zu konstruierende Aufgabe(n)-Modell(e) bilden. Sie lernen dabei vorrangig, wie man mit mathematischen Zeichen, die für sie kaum etwas bezeichnen, umzugehen hat. Aus der eingangs erwähnten soziologischen Perspektive, bei der Schulbücher als Mediator zwischen dem erwünschten und dem (typischerweise) stattfinden Lehren betrachtet werden, ergeben sich aufgrund dieser Analyseergebnisse weitreichende Thesen (vgl. Kaganova 2016, S. 275-287).

Literatur

Kaganova, E. (2016 im Druck). *Was uns Lehrtexte lehren. Eine empirische Untersuchung von Schulbuchlehrtexten im Fach Mathematik.* Springer.

Liebau, B., Scheele, U. (Hrsg.) (2004). *Mathematik 6*. Braunschweig: Westermann.

Padberg, F. (2004). Die Einführung der Dezimalbrüche – ein Selbstläufer? *Mathematik lehren, 123*, 41–45.

Valverde, G.; Bianchi, L.; Wolfe, R.; Schmidt, W., Houang, R. (2002). *According to the book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers.