

Xenia LAMPRECHT, Bamberg

## Multiplikatives Verständnis fördern – Einblicke in das Projekt FeDeR

Vor dem Hintergrund eines inklusiven Mathematikunterrichts wird im Forschungsprojekt FeDeR ein Förderkonzept zum multiplikativen Verständnis (MV) entworfen, das in differenten Settings eingesetzt und evaluiert wird. Die Lernumgebungen wurden aufgrund der theoriegeleiteten Arbeitsdefinition in verschiedenen MV-Bereichen designt. Im Beitrag werden diese Förderbereiche des MV kurz skizziert sowie erste Einblicke in die Auswertungsmethode der Testbearbeitungen gegeben.

### Design der Lernumgebungen

Aufgrund der Inklusionsforderung stehen Überlegungen im Raum, wie Kinder mit unterschiedlichen Voraussetzungen geeignet gefördert werden können. Die Grundidee des Forschungskonzepts ist es, herauszufinden, welche Form der Beschulung effektiv ist. Deswegen wurden die Lernumgebungen zur Förderung in verschiedenen Settings erprobt.

Grundlage des Konzepts ist die Arbeitsdefinition zum MV, die theoriebasiert entwickelt wurde: MV basiert auf *Grundvorstellungen* wesentlicher Aspekte der Multiplikation (wiederholte Addition, kartesisches Produkt) und ermöglicht, Multiplikationsaufgaben in unterschiedlichen *Repräsentationsformen* mit Hilfe der Eigenschaften der Operation lösen zu können (vgl. Lamprecht, 2015). Aus mathematischer Perspektive ergeben sich zwei Grundvorstellungen der Multiplikation, die in der Definition zum MV aufgenommen wurden: wiederholte Addition und kartesisches Produkt.

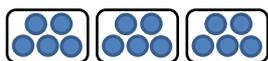


Abbildung 1: Darstellung für die Grundvorstellung der wiederholten Addition



Abbildung 2: Darstellung für die Grundvorstellung des kartesischen Produkts

Der Aufbau und Abruf der Grundvorstellung der *wiederholten Addition* wird im Konzept z. B. mit einer solchen Darstellung gefördert (Abb. 1), die typischerweise die gleichmächtigen disjunkten Mengen anschaulich macht und so additive Verknüpfungen nahe legt.

Die Grundvorstellung des *Kartesischen Produkts* wird gefördert, indem z. B. eine Darstellung wie in Abbildung 2 verwendet wird. Die beiden Faktoren des Produkts lassen sich als Dimensionen auffassen, die eine Matrix mit einer spezifischen Anzahl an Spalten und Zeilen aufspannen. Die Anzahl (Produkt) ergibt sich somit nahe liegend durch eine multiplikative Verknüpfung.

Das zweite konstituierende Element im Design von Lernumgebungen und Testaufgaben sind Repräsentationsformen. Mathematisches Verständnis kann dann aufgebaut werden, wenn Grundvorstellungen auch in unterschiedlichen Repräsentationsformen aktiviert werden können (Wartha & Schulz, 2011). Verständnis kann also dann identifiziert werden, wenn Repräsentationswechsel stattfinden. Deswegen beinhalten die Lernumgebungen Aufgaben, die den Wechsel der Repräsentationsformen erfordern. Folgende Repräsentationsformen wurden einbezogen: *Modellierung* bezieht sich entsprechend der Bildungsstandards auf Aufgaben, die einen Kontextbezug enthalten. Bei der Repräsentationsform *Darstellung* geht es um Aufgaben, die Abbildungen von didaktischem Material enthalten oder die Handlung mit oder Deutung von didaktischem Material erfordern. Aufgaben in der *Symbolform* enthalten eine rein symbolische Schreibweise der Multiplikation.

Die Wesensaspekte der Definition zum MV, also Grundvorstellungen und Repräsentationsformen, definieren auch die Bereichsebenen der Lernumgebungen.

		Grundvorstellungen	
		Kartesisches Produkt	Wiederholte Addition
Repräsentationsformen	Modellierung	in die Symbolform	
		von der Symbolform	
	Darstellung	in die Symbolform	
		von der Symbolform	
Symbolform			

Abbildung 3: Matrix der Bereichsebenen der Lernumgebungen

Diese Ebenen spannen eine Matrix auf (Abb. 3), wobei Modellierung und Darstellung noch unterteilt werden nach Übersetzung *in* die Symbolform und *von* der Symbolform. Einerseits ist die Matrix Grundlage für die Testauf-

gaben, andererseits ist sie auch Basis für die Konzeption der Lernumgebungen. Die Lernumgebungen werden im Projekt sowohl in der Einzelförderung als auch im Klassenverband eingesetzt.

## Design der Intervention

Pretests			Januar - Mai 2015
Setting A Einzelförderung (5 Klassen)	Setting B Förderung im Klassenverband (7 Klassen)	Setting C Kontrollgruppe (6 Klassen)	März - Juli 2015
Posttest I			Mai - Juli 2015
Posttest II			September – November 2015

Abbildung 4: Zeitrahmen der Intervention

Im Projekt haben insgesamt 18 Klassen der 2. Jahrgangsstufe (ca. 340 Schülerinnen und Schüler) in der Stadt und im Landkreis Bamberg teilge-

nommen. Der Zeitrahmen der Intervention erstreckte sich von Januar bis November 2015 (Abb. 4).

Aus der Erprobung und Intervention ergeben sich vielfältige Dokumente, die für die Auswertung zur Verfügung stehen:

- Videoaufnahmen der Einzelförderung und Interviews in Setting A
- Testbearbeitungen zum MV aller Kinder aus drei Messzeitpunkten sowie den Bearbeitungen des Bielefelder Rechentests für das 2. Schuljahr zum Messzeitpunkt 1 in Setting A, B und C
- ausführliche Dokumentationen unterrichtlichen Vorgehens durch die Lehrkräfte in Setting A, B und C (inklusive Zeitumfang, eingesetztes Anschauungsmaterial, genutzte Lernumgebung etc., um Einblick in das unterrichtliche Vorgehen der Lehrkräfte zu erhalten)

Die Auswertung folgt unterschiedlichen Methoden. Im Folgenden wird die Methode der quantitativen Auswertung der Dokumente der Testbearbeitungen kurz vorgestellt.

### **Methode der Auswertung der Testbearbeitungen**

Den Wesenselementen der Arbeitsdefinition des MV entsprechend, wurde ein Kategoriensystem für die Auswertung der Testaufgaben zum MV mit der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2013) entwickelt. Ziel ist es hierbei, durch das Kategoriensystem jeder Aufgabenbearbeitung einen eindeutigen Zahlencode zuzuweisen, der zum einen quantitativ ausgewertet werden kann und zum anderen gleichzeitig alle relevanten Informationen der Einzelbearbeitungen rekonstruierbar abbildet.

Zunächst folgt die Kategorienbildung der Arbeitsdefinition des MV und damit einem deduktiven Vorgehen, d. h. das Kategoriensystem steht „schon vor der Arbeit am Material“ (Mayring & Brunner, 2013, S. 327) fest. Aufgrund der gezeigten Bearbeitungen durch die Kinder wurde dieses Vorgehen um eine Kategorie nach induktiver Kategorienbildung ergänzt, d. h. dass einzelne Analyseperspektiven „erst aus dem Material heraus entwickelt“ (Mayring & Brunner, 2013, S. 327) werden.

### **Erste Ergebnisse**

Ein erster exemplarischer Einblick in die Ergebnisse kann zur Kategorie ‚Angemessenheit‘ präsentiert werden. Diese Kategorie bildet die Adäquatheit der Bearbeitung bezüglich der Aufgabenstellung unter selbst gewählter Verwendung einer der Grundvorstellungen (wiederholte Addition, kartesisches Produkt) zur Multiplikation ab.

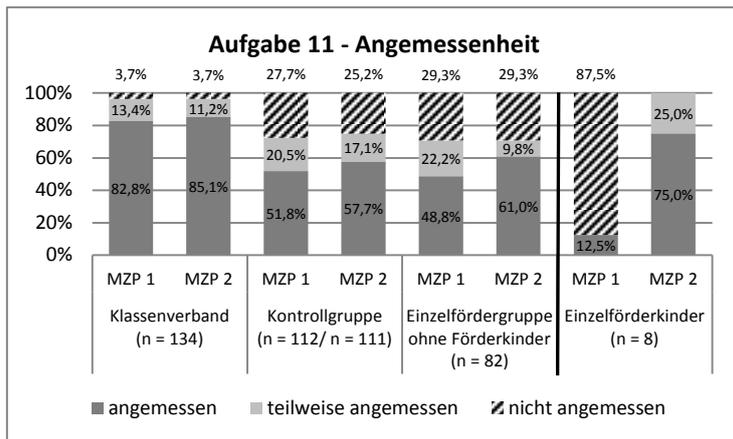


Abbildung 5: Ergebnisse der Aufgabe 11 zur Kategorie ‚Angemessenheit‘

‚angemessenen‘ Bearbeitungen in den Gruppen Klassenverband, Kontrollgruppe und Einzelfördergruppe ohne Förderkinder und ein erheblicher Zuwachs bei den Kindern der Einzelförderung. Ob sich dieser erste Trend auch bei den anderen Aufgaben und bezüglich weiterer Kategorien zeigt, müssen die weiteren Auswertungen zeigen.

Abbildung 5 zeigt exemplarisch die Ergebnisse zu Aufgabe 11 bezüglich der Kategorie ‚Angemessenheit‘ zu Messzeitpunkt (MZIP) 1 und 2, also zu Beginn und direkt nach der Intervention in den verschiedenen Settings. Es zeigen sich hier geringe Zuwächse der Anteile an

## Literatur

- Bönig, D. (1995). *Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschulern*. Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Hofe, R. vom (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. *Journal für Mathematik-Didaktik* 13 (4).
- Lamprecht, X. (2015). Das Projekt ‚Förderung und Diagnose in differenten Rahmenbedingungen‘ (FeDeR). In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. (S. 548–551). Münster: WTM-Verlag.
- Mayring, P. & Brunner, E. (2013). Qualitative Inhaltsanalyse. In B. Friebertshäuser, A. Langer & A. Prengel (Hrsg.), *Handbuch qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft*. (4. Aufl.). Weinheim: Juventa-Verl.
- Ruwisch, S. (1999). *Angewandte Multiplikation. Klassenfest, Puppenhaus, und Kinderbowle: Eine qualitative empirische Studie zum Lösungsverhalten von Grundschulkindern beim Bearbeiten multiplikativer Sachsituationen*. Frankfurt am Main: P. Lang.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- Schipper, W., Wartha, S. & Schroeders, N. von. (2011). *BIRTE 2 - Bielefelder Rechen-test für das 2. Schuljahr. Handbuch mit CD-ROM*. Braunschweig: Schroedel.
- Wartha, S. & Schulz, A. (2011). *Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen*. [http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material\\_aus\\_SGS/Handreichung\\_WarthaSchulz.pdf](http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_WarthaSchulz.pdf). Zugegriffen 04.01.2015.