

Hans Peter NUTZINGER, Pädagogische Hochschule Schwäbisch Gmünd

## **Wie viel Kreativität sehen Studierende in ihrem mathematischen Tun? – Nutzen der Interdisziplinarität zwischen Musik und Mathematik**

Der in mehreren Studien belegte Zusammenhang zwischen den Einstellungen einer Lehrperson zu ihrem Fach und den Einstellungen der von dieser Person lernenden Schülerinnen und Schülern (unter vielen anderen TALIS 2009, Philipp 2007) veranlasste uns im Mai des Jahres 2015 zu einer eigenen Studie (Nutzinger 2016 i.P.) zu diesem Thema. Dabei war es vor allem das Forschungsergebnis von Lynn Newton (2013) von der Universität Durham, das uns dazu anregte, ihre Forschungsideen weiterzuverfolgen. Sie zeigte unter anderem, dass in der Wahrnehmung ihrer Studierenden eine Kluft zwischen den Einstellungen zu künstlerisch-musischen Fächern und mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern klafft. Die Mehrzahl der befragten Studierenden hielten Mathematik für ein völlig unkreatives Fach (Skalenwert 1 auf einer Skala von 0 bis 12). Musik hingegen hielten sie für sehr kreativ (Skalenwert 9). Das mag auf den ersten Blick kaum verwundern, auf den Zweiten drängt sich dem mathematikdidaktisch Schaffenden die Frage nach den Ursachen dieser Fehlvorstellungen auf. Warum wird eine in ihrer Genese durch und durch kreative Wissenschaft nicht als eine solche wahrgenommen?

### **Einstellungen verändern**

In ihrer Studie aus dem Jahr 2013 beschreibt Lynn Newton die oben erwähnten Einstellungen der von ihr untersuchten Lehramtsstudierenden, Lehrerinnen und Lehren (n=49) wie folgt:

*“The major conclusion is that these teachers hold the general notion that the arts (subjects like music and art) are creative while other ‘non-arts’ (subjects like science, mathematics or ICT) are not.” (Newton 2013, p.37)*

Im vergangenen Jahr konnte ich ähnliche Einstellungen bei Studierenden unserer Hochschule feststellen (Nutzinger 2016 i.p.).

So wenig dies überraschen mag, so unabdingbar wichtig ist es m.E. jedoch, diese Missvorstellungen sehr ernst zu nehmen und sie möglichst zu verändern oder zumindest positiv zu beeinflussen. Lehrerinnen und Lehrer, die ihrer Tätigkeit in der Überzeugung nachgehen ein starres und unkreatives Fach zu unterrichten, werden dies auf viele Lernenden übertragen. (vgl. Beilock 2009)

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Einschlägige Forschung gibt uns bereits Auskunft über mögliche Wege um Einstellungen zu verändern. So schlägt z.B. Pajares hierzu folgendes vor:

*“Beliefs are unlikely to be replaced unless they prove unsatisfactory, and they are unlikely to prove unsatisfactory unless they are challenged and one is unable to assimilate them into existing conceptions. [...] A number of conditions must exist before students find anomalies uncomfortable enough to accommodate the conflicting information.”*  
(Pajares 1992, p.321)

Es gilt demnach verfestigte Einstellungen beim Lernenden immer neu auf den Prüfstand zu stellen. Um eine tatsächliche Veränderung zu bewirken, ist es nötig die Kluft zwischen der eigenen Überzeugung und der neu gewonnenen Information möglichst groß zu gestalten. Genau an diesem Punkt sehe ich ein Potential in Newtons o.g. Forschungsergebnis. Die Kluft zwischen den Einstellungen zum Fach Musik und der Mathematik ist riesig. Gleichwohl können wir in vielen, teils historischen Quellen sehen, dass beide Disziplinen sehr eng miteinander verknüpft sind.

Musik ist die versteckte arithmetische Tätigkeit der Seele, die sich nicht dessen bewusst ist, dass sie rechnet.”

(Gottfried Wilhelm Leibniz in einem Brief vom 27. April 1712 an Goldbach)

“May not music be described as the mathematics of the sense, mathematics as music of the reason?“

(J.J. Sylvester in Dieudonné 1998, S.VI)

Die Kreativität betreffend bringt Coxeter es m.E. auf den Punkt.

„I believe the resemblance between music and mathematics begins at the creative stage: the act of composing music seems to have some affinity with the discovery of mathematical facts. Both arts are essentially abstract [...]“ (Coxeter 1962, S.13)

Ich sehe daher in diesem Feld eine große Möglichkeit das nötige Spannungsfeld aufzubauen, um eine Einstellungsveränderung zu bewirken und stelle im Folgenden nun drei kleine Beispiele vor, die meine Idee skizzenhaft verdeutlichen sollen.

## **Kreativität zwischen Mathematik und Musik**

### **1. Beispiel: Stimmung und Bruchrechnung**

Schon die altbekannten Experimente von Pythagoras am Monochord (z.B. Critchley 2008), erlauben es kreativ tätig zu werden. Teilt man eine Seite, die hier beispielsweise auf den Ton C gestimmt sei, in einem der der Tabelle zu entnehmenden Bruch, erklingt der jeweilige Ton.

C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C'
$\frac{1}{1}$	$\frac{243}{256}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$

Lassen wir Lernende dies ausprobieren und entdecken, ergibt sich nicht nur Raum für Kreativität, sondern gleichzeitig auch eine Wiederholung von Bruchteilen aus mathematischer Sicht bzw. den Aufbau des Tonsystems aus musikalischer Sicht.

## 2. Beispiel: Kompatible Fachsprache

Musikalische Phänomene lassen sich treffend in mathematischer Sprache ausdrücken. Beispielsweise steckt in der harmonischen Reihe

$$H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, n \rightarrow \infty$$

das Schwingungsverhältnis der Obertonreihe eines Geigentons (s. Sautoy 2003, S.79). Ein weiteres Beispiel zeigt die folgende mathematische Definition:

- Ein **Tonsystem** ist ein geordnetes Paar  $(T, h)$ , wobei  $T$  eine Menge und  $h$  eine injektive Abbildung von  $T$  in die Menge  $\mathbb{R}^+$  aller positiven reellen Zahlen ist. Die Elemente von  $T$  heißen **Töne**, und für  $t \in T$  wird  $h(t)$  die **Tonhöhe** von  $t$  genannt.

Wählen wir die folgende Menge und Abbildung, so definieren wir hiermit die Frequenzen der gleichstufigen Stimmung.

$$T := \{-48, -47, \dots, 35, 36\}, h(t) := 440 \times 2^{\frac{t}{12}}$$

(vgl. Wille, 1976, S. 239)

Kreativ werden lässt sich nun leicht, indem entweder die mathematische Information verändert wird und auf die Auswirkungen hinsichtlich der Musik untersucht wird, oder die musikalische Seite gezielt durch Eingreifen in die dahinterliegende Mathematik verändert wird. Damit könnten wir erreichen, dass der von Pajares geforderte Konflikt in der Information des Lernenden entsteht.

## Literatur

- Beilock, S., Gunderson, E., Ramirez, G., & Levine, S. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(5), 1860-1863
- Berlin-Brandenburgische Akademie der Wissenschaften (2007). *Jahrbuch 2007*, Akademie Verlag, Berlin
- Coxeter, H. S. M. (1962). Mathematics and music, in *Canadian Music Journal* VI
- Critchley, S. (2009). *The book of dead philosophers*, Vintage Books, New York
- Dieudonné, J. (1998). *Mathematics – The music of reason*, Springer, Berlin
- Nutzinger, Hans Peter. (2016). The connection of mathematic and music as an opportunity to change beliefs, in Beckmann, A., Michelsen, C. & Freiman, V. (2016). *MACAS – Proceedings of the MACAS-2015 Symposium*, Hildesheim, Berlin (in preparation)
- Newton, L. (2013). *From Teaching for Creative Thinking to Teaching for Productive Thought: An Approach for Elementary School teachers*, ICIE, Ulm
- Pajares, M. F. (1992). Teachers beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62, 307-332
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sauty du, M. (2003). *The Music of the Primes*, Harper Collins, New York
- Speer, N. (2005). *Educational Studies in Mathematics*, 2005, Volume 58, Number 3, Page 361, Springer, Berlin
- TALIS - TEACHING AND LEARNING INTERNATIONAL SURVEY (2009). *Creating effective teaching and learning environments first results from TALIS*. Paris, OECD, Teaching and Learning International Survey. <http://public.eblib.com/choice/publicfullrecord.aspx?p=457339>.
- Tymoczko, D. (2011). *A geometry of music*, Oxford University Press, Oxford
- Wille, R. (1976). *Mathematik und Musiktheorie*, In: Schnitzler, G. (ed.) (1976). *Musik und Zahl, Interdisziplinäre Beiträge zum Grenzbereich zwischen Musik und Mathematik*, Verlag für systematische Musikwissenschaft GmbH, Bonn