

Michael BRUNNHUBER, Janina GERTIS, Leonhard RIEDL, München

## **Problemlöseschule nach Pólya für Studierende**

### **Einleitung**

Die Fähigkeit Probleme zu lösen ist eine Kernkompetenz in der Mathematik, in den Naturwissenschaften und den Ingenieurwissenschaften, die im Studium durch selbstständiges Bearbeiten von Übungsaufgaben erworben wird. Problemlösekompetenz als eigenständiges Lernziel steht dabei selten im Blickpunkt. An der Hochschule München wurde im Rahmen des Projektes HD MINT ein Workshop zum Thema Problemlösestrategien für Studierende angeboten (vgl. Riedl & Lermer 2016). Der Konzeption und Gestaltung des Workshops liegt die Methode von Pólya zugrunde (vgl. Pólya 1949). Der Artikel beschreibt die Methode und den Workshop samt Erfahrungen.

### **Motivation**

Ein zentrales Ziel des Projektes ist die Verbesserung und nachhaltige Sicherung der Lernerfolge der Studierende. Gespräche mit Lehrenden und Lernenden deuten darauf hin, dass Studierende oft Schwierigkeiten bei der Lösung von mathematischen Problemen haben und daher Unterstützungsbedarf besteht. Dies hat sich auch in einer Vorevaluation zum Workshop bestätigt. Als Motivation für die freiwillige Teilnahme an diesem Angebot wurde genannt, dass den Studierenden „die systematische Herangehensweise an mathematische und naturwissenschaftliche Probleme“ fehlt.

### **Methode von Pólya**

Einen wichtigen Beitrag zum Thema Problemlösestrategien in der Mathematikdidaktik hat George Pólya mit seinem Buch „Schule des Denkens – Vom Lösen mathematischer Probleme“ geleistet (vgl. Pólya 1949). Es werden sowohl allgemeine Strategien zum Lösen mathematischer Probleme beschrieben als auch die Ausbildung Lernender in der selbständigen Bearbeitung von Problemstellungen. Nach Pólya gibt es vier wichtige Phasen beim Lösen mathematischer Probleme. Diese bestehen aus dem Verstehen der Aufgabe, dem Ausdenken eines Planes, dem Ausführen dieses Planes und einer abschließenden Rückschau. Der durch diese Phasen strukturierte Problemlöseprozess kann von den Lehrenden durch Fragen unterstützt werden, welche dem Lernenden bei der Ideenfindung für die selbstständige Lösung der Aufgabe helfen. In seinem Buch führt Pólya eine Sammlung geeigneter Fragen auf. Diese Kunst, die richtigen Fragen zu stellen, ist bei der erfolgreichen Umsetzung der Methode von zentraler Bedeutung.

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

## **Zielsetzung und Konzeption des Workshops**

Problemlösekompetenz wird im Wesentlichen durch Anwendung, Nachahmung und Übung in einem fortlaufenden Prozess erworben (vgl. Pólya 1949). Diese Fähigkeit in einer einmaligen Veranstaltung zu vermitteln, ist nicht realistisch. Das Ziel des Workshops ist vielmehr, die Einstellung zum Problemlösen positiv zu beeinflussen und den Studierenden Selbstvertrauen und Freude bei der Bearbeitung mathematischer Probleme zu vermitteln. Für eine erfolgreiche Umsetzung der Veranstaltung im Sinne von Pólya sollte der Unterricht möglichst aktivierend und lernerzentriert sein. Die Studierenden sollen einen „möglichst großen Anteil an der Arbeit“ haben (vgl. Pólya 1949). Der Workshop enthält daher hauptsächlich Arbeitsphasen, in denen Problemstellungen von den Studierenden bearbeitet werden. (vgl. Abb. 1). Die sorgfältige Auswahl der gestellten Probleme ist sehr wichtig. Die Aufgaben sollen interessant, herausfordernd aber nicht zu schwer sein.

In der Vorbereitung des Workshops wurden deshalb verschiedene Aufgabentypen aus dem Kontext des Studiums analysiert sowie hilfreiche Fragestellungen identifiziert. Die ausgewählten Problemstellungen wurden nach den Erfahrungen beim Einsatz fortlaufend angepasst. Ziel der Problemstellungen ist ein bewusstes Studieren des Lösungsprozesses und nicht primär die Lösung der jeweiligen Aufgabe.

Der besondere Schwerpunkt des Problemlöseprozesses wurde deshalb schon in der Aufgabenstellung optisch hervorgehoben. Auf der einen Seite sollte der Lösungsweg skizziert werden, während auf der anderen Seite die relevanten Gedankengänge, Fragen und Schlüsselideen notiert werden sollten. Des Weiteren wurden Gruppenarbeitsphasen eingeplant, um den Studierenden zu ermöglichen, unterschiedliche Lösungsansätze und Denkweisen kennenzulernen. Der Einsatz der Methode Think-Pair-Share sicherte eine ausgewogene Mischung von Einzel- und Gruppenarbeit. In der Gruppenarbeit wurden die Studierenden dezent durch Fragen der Dozierenden unterstützt.

Die Präsentation der einzelnen Gruppenergebnisse und eine gemeinsame Rückschau zu jedem Problem festigten das Erlernte durch Anwendung und Wiederholung. Im Anschluss an den Workshop wurden wöchentlich mathematische Rätsel mit ausführlicher Besprechung der Lösungswege und Bezug zu den Methoden von Pólya auf Moodle als Übung zur Verfügung gestellt. Der dreistündige Workshop wurde bisher dreimal für jeweils etwa 20 Studierende fakultäts- und semesterübergreifend angeboten.

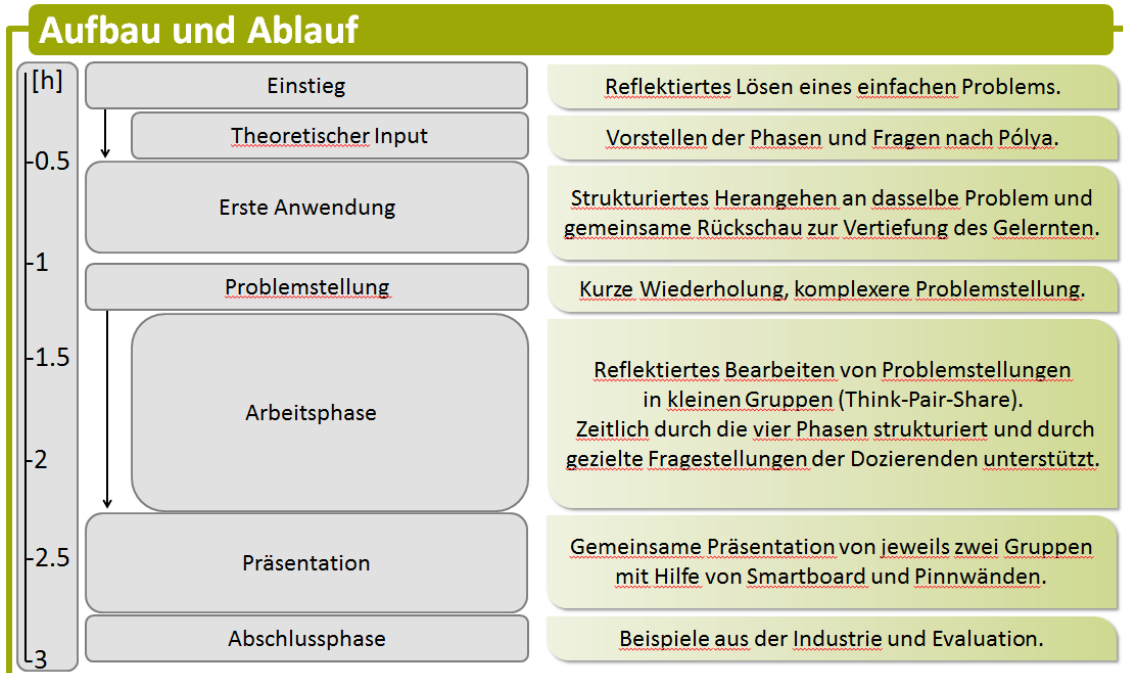


Abb. 1: Zeitlicher und inhaltlicher Aufbau der Veranstaltung

## Evaluation und Feedback

Um den Erfolg der Veranstaltung bewerten zu können, wurde vor und nach dem Workshop eine quantitative und qualitative Evaluation durchgeführt. Die Teilnehmenden wurden zur wahrgenommenen Qualität der Veranstaltung und zu ihrer Selbstwirksamkeitserwartung befragt. Alle quantitativen Aspekte der Evaluation wurden mit Hilfe einer sechsstufigen Likert-Skala erhoben (1 = ich stimme gar nicht zu, 6 = ich stimme völlig zu). Die Rückmeldung der Studierenden am Ende des Workshops war überwiegend positiv. Bei der Frage nach der Selbstwirksamkeitserwartung „Ich fühle mich in der Lage, Probleme in angemessener Zeit zu lösen“ ist von der ersten zur zweiten Evaluation ein deutlicher Anstieg zu verzeichnen. Vor dem Workshop wurde die Frage durchschnittlich mit  $\bar{x}_V = 3,18$  bewertet, wohingegen der Mittelwert nach der Veranstaltung bei  $\bar{x}_N = 4,04$  lag. Abgesehen von der angestiegenen Selbstwirksamkeitserwartung gaben die Studierenden mit  $\bar{x}_N = 5,15$  an, dass ihnen der Workshop (und damit das Lösen der Probleme) gefallen hat. Auch in den Freitextrückmeldungen spiegelte sich die positive Wahrnehmung der Problemlösung wider. So gaben die Studierenden an, es habe ihnen „gut gefallen, dass durch konkretes Lösen von Aufgaben Methoden für das Problemlösen aufgezeigt wurden. Learning by Doing.“ Die „aktive Hilfestellung [bewirke] mehr Motivation und weniger Angst, Mathematikaufgaben zu lösen.“

## **Erfahrungen und Fazit**

Die Fähigkeit Probleme mathematisch zu lösen, ist eine der allgemeinen Kompetenzen im Rahmen der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (vgl. KMK 2004). Diese Fertigkeit ist ebenso eine Kernkompetenz in Studium und Beruf, die geschult werden muss. Die Methode von Pólya fördert die Fähigkeit, den Problemlöseprozess zu reflektieren und bewusst zu machen. Die Fragen von Pólya können Studierende beim Problemlöseprozess unterstützen, wenn diese sorgfältig ausgewählt und an die Situation des einzelnen Lernenden angepasst werden. Offene Fragen können bei Studierenden Denkprozesse und Diskussionen in Gang setzen, die den Lernprozess fördern. Die Umsetzung der Methode von Pólya erfordert allerdings Zeit und Sorgfalt. Der lernerzentrierte Ansatz im Workshop, bei dem die Studierenden mathematische Problemstellungen aktiv und eigenständig bearbeitet haben, ist bei den Teilnehmenden auf großen Zuspruch gestoßen. Die Dokumentation von wichtigen Gedanken und Schlüsselideen während des Lösungsversuchs hat den Studierenden eine Metaebene ermöglicht, um die Aufgabenstellung zu reflektieren. Eine besondere Bedeutung hatte auch das Einüben der Rückschau, da diese Phase beim Problemlösen oft vernachlässigt wird, aber vor allem für das Transferdenken sehr wichtig ist. Die Evaluation zeigt, dass das gemeinsame Problemlösen den Studierenden geholfen hat, mathematische Aufgabenstellungen in Zukunft systematisch und mit Selbstvertrauen anzugehen. Sowohl den Studierenden als auch den Dozierenden des Kurses hat das Problemlösen sehr viel Freude gemacht. Um Problemlösekompetenz nachhaltig zu fördern, wäre es sinnvoll, den Workshop zu einer eigenen Vorlesung auszubauen.

## **Literatur**

- Beschluss der Kultusministerkonferenz (2004): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss – Beschluss vom 04.12.2003*. München: Luchterhand Verlag.
- Pólya, G. (1949): *Schule des Denkens – Vom Lösen mathematischer Probleme*. Francke Verlag. Titel der engl. Originalausgabe: *How to solve it*.
- Riedl, L. & Lermer, S. (erscheint 2016): *Aktivierende Methoden für heterogene Lerngruppen - ein Vergleich zweier konzeptioneller Ansätze*. In: Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.). Beiträge zum Mathematikunterricht 2016. Münster: WTM-Verlag.