

Alexander SALLE, Osnabrück & Christina M. KRAUSE, Essen

Grundvorstellungen und Gesten – eine exemplarische Analyse im Bereich linearer Funktionen

Der deskriptiven Analyse von Schülervorstellungen kommt für die Gestaltung eines Mathematikunterrichts, der bei Lernenden zur Ausbildung tragfähiger Grundvorstellungen führen soll, eine zentrale Rolle zu (vom Hofe, Kleine, Blum & Pekrun 2005). Bisherige deskriptive Untersuchungen zu Grundvorstellungen, die nicht auf schriftlichen Schülerdokumenten basieren, werten lautsprachliche Äußerungen aus und verzichten dabei weitestgehend auf eine systematische Analyse anderer Modalitäten (Wartha 2007, Stölting 2008, Hafner 2011). Für die Rekonstruktion von Lernprozessen wird die Multimodalität von Äußerungen hingegen bereits vielfältig einbezogen. So spielen nonverbale Äußerungen, insbesondere Gesten, eine wichtige Rolle in der sozialen Interaktion (Arzarello et al. 2009, Krause 2016). Gesten können dabei bildliches, dynamisches und skizzierendes Ausdrucksmittel sein (ebd., Sabena 2007) und mehr verraten, als in Worte gefasst wird (Goldin-Meadow 2003).

In diesem Beitrag wollen wir uns den Möglichkeiten nähern, die diese, zum Teil unbewusste und intuitive, Nutzung von Gesten für die Analyse von Grundvorstellungen bietet und gehen dafür zunächst folgender Frage nach:

Welche Rolle spielen Gesten für die deskriptive Analyse von Grundvorstellungen von funktionalen Zusammenhängen?

Grundvorstellungen

Grundvorstellungen sind mentale Modelle, die mathematischen Objekten, Operationen und Strategien Bedeutung verleihen (vom Hofe & Blum 2016). Die Anknüpfung an alltägliche Kontexte und Handlungen (primäre Grundvorstellungen) oder symbolisch repräsentierte Objekte und Operationen (sekundäre Grundvorstellungen) ist dabei Grundlage für die Ausbildung generalisierter mentaler Modelle, die für die Anwendung von Mathematik eine wichtige Rolle spielen (ebd.).

Für das Verständnis von reellen Funktionen sind drei Grundvorstellungen funktionaler Zusammenhänge zentral (vgl. z.B. Stölting 2008):

1. *Zuordnungsvorstellung*: Bei einer reellen Funktion wird jedem x -Wert eindeutig ein y -Wert zugeordnet. Umgangssprachlich äußert sich diese Vorstellung beispielsweise durch Aussagen wie „zu jedem ... gibt es ein ...“.

2. *Kovariationsvorstellung*: Bei (systematischer) Variation einer Variablen verändert sich die andere Variable entsprechend. Auf der Basis dieser Grundvorstellung lassen sich Funktionen hinsichtlich ihres Wachstumsverhaltens unterscheiden. Umgangssprachlich äußert sich diese Vorstellung beispielsweise durch Aussagen wie „wird ... größer, dann verringert sich ... um ...“.
3. *Objektvorstellung*: Bei dieser Vorstellung werden Funktionen als eigene Objekte betrachtet, die als Ganzes manipuliert (verschieben, strecken) oder durch Operationen (Addition, Hintereinanderausführung) verknüpft werden können.

Gesten

Für die folgende Untersuchung werden Gesten als „sprachbegleitende, idiosynkratische, spontane Bewegungen der Hände und Arme“ (McNeill 1992, S. 37, eigene Übersetzung) verstanden, wovon Handlungen ausgenommen werden. Der gemeinsamen Analyse von Lautsprache und Gestik liegt die Annahme zugrunde, dass die beiden Modalitäten koexpressiv sind, also „verschiedene Seiten eines einzigen mentalen Prozesses“ (ebd.) widerspiegeln. Jede dieser Seiten enthält Facetten, die von der andere ausgelassen bzw. nicht ausgedrückt werden können (ebd., S. 79).

Design der Untersuchung

In unserer Pilotstudie wurden Realschülerinnen und -schüler einer neunten Klasse Aufgaben im Rahmen von halbstandardisierten Interviews gestellt. Die videographierten Interviews wurden ausgewertet, um zu klären, a) inwieweit sich Grundvorstellungen durch Gesten ausdrücken, b) inwieweit sie in der Analyse die lautsprachliche Äußerung ergänzen oder kontrastieren, und c) ob Aspekte deutlich werden, die verbal nicht repräsentiert werden können.

In den Videoaufnahmen der Interviews wurden zunächst Gesten-haltige Abschnitte lokalisiert. Anschließend wurden diese Abschnitte detailliert beschrieben, interpretiert und auf Grundvorstellungen analysiert.

Im Folgenden wird die verkürzt dargestellte Analyse einer Szene und daraus abgeleitete Ergebnisse abgebildet. Mit eckigen Klammern wird markiert, an

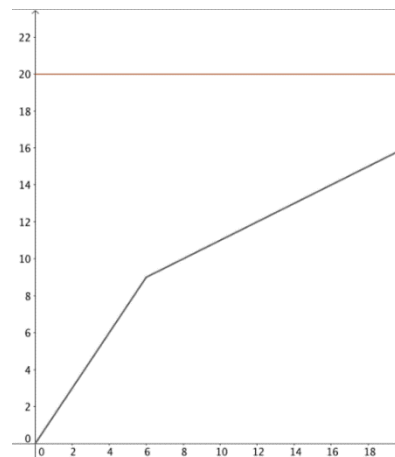


Abb. 1: Aufgabenstellung „Hier sind die Tarife von zwei anderen Anbietern zu sehen. Wie könnten Ihre Angebote formuliert sein?“

welcher Stelle die Ausführung einer Geste beginnt, und an welcher sie aufhört. Geschachtelte eckige Klammern geben an, wenn mehrere Gesten in einer komplexeren Bewegung verbunden sind.

Fallanalyse

Victor bearbeitet die abgebildete Aufgabe (siehe Abb. 1) und fokussiert dabei auf den unteren Graphen, der aus zwei Segmenten linearer Funktionen zusammengesetzt ist. Er schildert seine Lösung der Aufgabe.

- 1 Bei dem zweiten sieht [man halt, dass die *(bewegt seinen Finger an der x-Achse zwischen den Werten 4 und 10 entlang, legt ihn dann auf $x=6$ ab.)*
- 2 [ersten sechs Stunden], ehm, [teurer sind] *(setzt Daumen auf Ursprung und Zeigefinger auf Knick, Koordinaten (6,9), s. Abb. 2, links. Hebt dann Hand hoch und bewegt sie, behält die Haltung jedoch bei.)*
- 3 [Aber wenn man halt dann, bisschen länger, also nach den sechs Stunden, der wird dann immer, *(setzt Daumen auf Knick und Zeigefinger ca. auf den Punkt mit den Koordinaten (14,13), s. Abb. 2, rechts.)*
- 4 also dann wird'er günstiger]] *(Bewegt dann die Hand bei gleichbleibender Haltung ein Stück nach rechts den Graphen entlang.)*

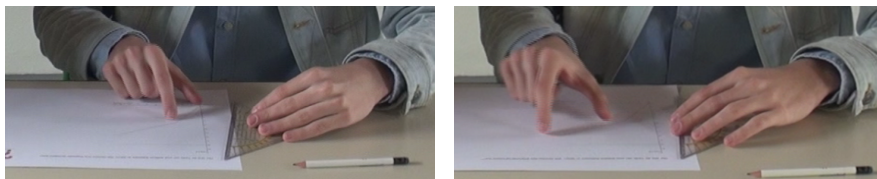


Abb. 2: Handhaltung von Victor während der Transkriptzeilen 2-4.

Die Analyse der sprachlichen Äußerungen („wenn man ... bisschen länger, dann wird'er günstiger“, 3-4) lässt darauf schließen, dass Victor zur Lösung der Aufgabe vorrangig auf die Kovariationsvorstellung zurückgreift. Zudem bleibt er in seinen Äußerungen auf der Ebene der Sachsituation, was durch die Verwendung von „Zeit“, „Stunden“ und „länger“ deutlich wird.

Seine Handhaltung offenbart zusätzlich Aspekte der Objektvorstellung: Victor umfasst die beiden linearen Segmente, aus denen der Graph zusammengesetzt ist, und begreift ihn innerhalb des Koordinatensystems als Objekt. Sprachlich wird diese Vorstellung an dieser Stelle nicht deutlich. Erst im darauf folgenden Abschnitt thematisiert er „Linie“, „Knick“ und die Steilheit des Graphen auch explizit verbal.

Fazit & Ausblick

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Victors Gesten

- verankern seine sprachlichen Äußerungen am konkreten Objekt und unterstützen bzw. ergänzen die Interpretation und Analyse von verbal repräsentierten Schülervorstellungen,
- offenbaren eine zusätzliche relevante Grundvorstellung, die in den sprachlichen Äußerungen nicht deutlich wird, und
- nehmen so eine Idee bzw. Vorstellung vorweg, die erst im folgenden Verlauf der Szene zu Tage tritt (vgl. Salle & Krause 2016).

In weiteren Interviews soll untersucht werden, inwieweit Gesten in anderen mathematischen Inhaltsbereichen ähnliche Funktionen aufweisen.

Zudem hoffen wir näher ergründen zu können, welche Rolle Gesten beim Übergang von primären zu sekundären Grundvorstellungen spielen können, d.h. beispielsweise inwieweit sich reale Handlungsmuster beim Umgang mit eher symbolisch repräsentierten Objekten identifizieren lassen.

Anmerkung: Wir danken Saskia Wetter für die Erhebung der Daten im Rahmen ihrer Bachelorarbeit.

Literatur

- Arzarello, F., Robutti, O., Paola, D., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 97-109
- Hafner, T. (2011). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I – Empirische Untersuchung und didaktische Analysen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Krause, C. M. (2016). *The mathematics in our hands. How gestures contribute to constructing mathematical knowledge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- McNeill, D. (1992). *Hand and Mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago Press.
- Salle, A. & Krause, C. M. (2016). On the role of gestures for the descriptive analysis of ‘Grundvorstellungen’: A case of linear functions. *Tagungsband ICME 13*, Hamburg.
- Sabena, C. (2007). *Body and signs: a multimodal semiotic approach to teaching–learning processes in early Calculus*. PhD-Dissertation. Turin: Turin University.
- Stölting, P. (2008). *Die Entwicklung funktionalen Denkens in der Sekundarstufe I - Vergleichende Analysen und empirische Studien zum Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Regensburg, Bielefeld. Online zugänglich unter <http://core.ac.uk/download/pdf/11540300.pdf> (zuletzt abgerufen am 23.3.2016)
- vom Hofe, R. & Blum, W. (2016, eingereicht). „Grundvorstellungen“ as a Subject-Matter Didactics Category. *Journal für Mathematikdidaktik*.
- vom Hofe, R., Kleine, M., Blum, W., & Pekrun, R. (2005). Zur Entwicklung mathematischer Grundbildung in der Sekundarstufe I – theoretische, empirische und diagnostische Aspekte. In M. Hasselhorn, H. Marx, & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (Bd. 4, S. 263–292). Göttingen: Hogrefe.
- Wartha, S. (2007). *Längsschnittliche Untersuchungen zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs*. Hildesheim; Berlin: Franzbecker.