

Simeon SCHLICHT, Köln

Zur Entwicklung des Mengen- und Zahlbegriffs – Eine Beschreibung der Entwicklung mittels Empirischer Theorien

Die mathematische Bildung in der frühen Kindheit steht im Fokus aktueller politischer und gesellschaftlicher Diskussionen. So wird unter anderem in den Bildungsgrundsätzen gefordert, dass bereits in der KiTa den Kindern die Alltäglichkeit und Allgegenwärtigkeit von Mathematik bewusstgemacht werden soll (MFKJKS/MSW 2011, S. 57). Der vorliegende Artikel gibt einen Einblick in die Ergebnisse meines Dissertationsprojekts, welches die Entwicklung des Mengen- und Zahlbegriffs in den Blick genommen hat.

Vorerfahrungen bezüglich Mengen und Zahlen

Mengen (im Sinne von Kollektionen von Objekten) und (An-)Zahlen (eben dieser Objekte) zählen zu den ersten mathematischen Konzepten, welche Kinder erwerben. So können bereits Kleinkinder im Alter von vier Monaten kleine Anzahlen von bis zu vier Objekten spontan erfassen (vgl. Feigenson et al. 2004). Hierbei sind die korrespondierenden Zahlwörter zunächst nicht mit den Anzahlen der Objekte verknüpft. Fuson (1988) konnte in einer eindrucksvollen Untersuchung die Entwicklung der Zahlwortreihe beschreiben. Ab dem Vorliegen der Zahlwortreihe als „Unbreakable List“ ist die Zuordnung von Zahlwort zu Objekt und somit ein Abzählen von Objekten möglich. Nach Hefendehl-Hebeker & Schwank (2015) befindet sich die Forschung zum Erwerb arithmetischer Konzepte noch im Pionierstadium.

Forschungsvorhaben

Anliegen der Dissertation ist es einen Beitrag zur dieser Forschungsaufgabe der Mathematikdidaktik zu leisten und für besondere Phänomene im Prozess des Begriffserwerbs zu sensibilisieren.

„Forschungen in der Mathematikdidaktik können dabei helfen, Unterrichtsvorschläge [und natürlich auch andere Maßnahmen, wie z.B. Lernsituationen in der KiTa, SJS] zu entwickeln und (partiell) zu rechtfertigen. Dazu benötigt man auch Theorien; denn erst ein Verständnis von Prozessen und Phänomenen erlaubt es, diese sinnvoll und planmäßig zu beeinflussen.“ (Struve 2015, S. 563)

Videographie

Um Phänomene im Mengen- und Zahlbegriffserwerb beobachten zu können, wurde im September 2013 und Januar 2014 eine Videographiestudie in einer KiTa durchgeführt. Hierbei wurden Einzeltreffen mit Kindern in der Altersspanne von 3 Jahren und 10 Monate bis 4 Jahren und 8 Monaten in einem separaten Raum durchgeführt. Gesprächsanlässe boten hierbei mathematikdidaktische Materialien wie z.B. die Rechenwendeltreppe (vgl. Schwank 2010) oder der ZARAO (vgl. Schwank 2013a). Wichtig für diese Begegnungen war, dass diese für die Kinder jeweils ähnlich dem Spiel mit anderen, durchaus der Anleitung durch Erwachsener bedürftiger, Spielen gestaltet waren. Die verschiedenen Materialien wurden im Rahmen der Treffen erkundet und mitunter durch die Kinder selber gestaltet. Gerade die Beachtung der Wünsche und Vorlieben der Kinder war zentrales Anliegen, da zum einen die Verhaltensweisen der Kinder in den Situationen untersucht werden sollen und diese deshalb genügend Freiraum bekommen sollten, in den Spielsituationen gestalterisch tätig zu sein. Zum anderen stand das Wohlbefinden des Kindes während der gesamten Begegnung stets über der etwaigen Instruktion von elementarmathematischen Inhalten. Beispiele für solche Szenen sind in Schlicht (2014) & Schlicht (2015) zu finden.

Analyse der Szenen

Eine Analyse entsprechender Szenen im Hinblick auf das mathematische Wissen der Kinder verspricht detaillierte Einsichten in die Entwicklung erster Mengen- und Zahlkonzepte. Für die Analyse werden im Sinne des kognitionspsychologischen Ansatzes der Theory Theory (vgl. Gopnik & Meltzoff 1997) den Kindern gewisse Theorien über einen Phänomenbereich zugeschrieben. Im Sinne der Theory Theory kann das Verhalten von Kindern so beschrieben werden, als ob sie eine Theorie über den beobachteten Phänomenbereich besäßen. Hierbei vergleichen Gopnik & Meltzoff (1997) die Kinder mit empirisch arbeitenden Wissenschaftlern:

„The central idea of this theory is that the processes of cognitive development in children are similar to, indeed perhaps even identical with, the processes of cognitive development in scientists.“
(Ebd. S. 3)

In diesem Sinne erwerben Lernende *empirische Theorien* über einen Phänomenbereich. Diese empirischen Theorien werden mit Hilfe des strukturalistischen Theoriekonzepts präzise beschrieben und analysiert.

Für die Rekonstruktion eben solcher empirischer Theorien werden in der Arbeit geeignete Szenen ausgewählt und gesprochenes Wort sowie durch-

geführte Handlungen transkribiert. Diese Transkripte werden dann im Sinne der Interpretativen Forschung (vgl. Meyer 2007, Krummheuer 2012) in Hinblick auf die Rekonstruktion analysiert.

Ergebnisse

Eine detaillierte Analyse eines oder gar mehrerer Transkripte ist an dieser Stelle aus Platzgründen nicht möglich, sodass im Folgenden Ergebnisse der Analysen skizziert werden.

Das Verhalten der Kinder in den einzelnen Spielsituationen lässt sich erfolgreich mittels der Zuschreibung von empirischen Theorien über Mengen und Zahlen beschreiben. Hierbei zeichnen sich diese Theorien dadurch aus, dass die Begriffe Menge und Zahl über konkret gegebene Kollektionen von Objekten gebildet werden. Zahlen werden von den Kindern zum Kennzeichnen von konkret gegebenen Kollektionen von Objekten wie Kugeln, Murmeln, o.Ä. genutzt. Für ein sinnvolles Beschäftigen mit (An-)Zahlen ist demnach das Vorliegen von Objekten immanent. In den rekonstruierten Theorien über Mengen und Zahlen ist die *leere Menge* nicht Teil der Theorie. Grundlegende Handlungen wie das Kennzeichnen von Objekten bzw. das Aussondern von Objekten aus einem Grundbereich, welche bei Kollektionen von Objekten durchgeführt werden können, sind hier nicht möglich. Dennoch kann die leere Menge durch die Setzung von gewissen Umgangsregeln eingeführt werden. Jedoch ist zu beachten, dass diese Setzungen gerade nicht der Beobachtung entspringen und demnach keine Einsichten im Begriffserwerb darstellen, sondern vielmehr, aus unserer Sicht sinnvolle, zusätzliche Annahmen voraussetzen, welche jedoch von der Theorie her kommen.

Die *leere Menge* und die *Null* sind wichtige Begriffe für die Mathematik. Nicht nur für die Darstellung von anderen Zahlen (vgl. Hefendehl-Hebeker & Schwank 2015, S. 96ff), sondern auch für die Entwicklung einer funktional-logischen Sichtweise auf Zahlen sind diese essentiell (vgl. Schwank 2013b). In der Arbeit wird herausgestellt, dass die Entwicklung dieser Begriffe der Anleitung von Erzieherinnen und Lehrerinnen bedarf. Ebenso lassen sich bestimmte Verhaltensweisen von Kindern, welche als Fehler oder Irrtümer abgetan werden könnten, erklären.

Schwierigkeiten im Erwerb mathematischer Fertigkeiten in Zusammenhang mit diesen und ähnlichen Begriffen lassen sich demnach als Probleme struktureller und nicht individueller Art auffassen. Dieser strukturell bedingten Hürde sollten sich Wissenschaftler und Lehrende bewusst sein.

Literatur

- Feigenson, L., Dehaene, S & Spelke, E. (2004): Core System of Number, in: Trends in cognitive sciences, 8(7), S. 307-314.
- Fuson, K. C. (1988): Children's Counting and Concepts of Number, New York – Berlin – Heidelberg: Springer.
- Gopnik, A. & Meltzoff, A. (1997): Words, Thoughts, and Theories, Cambridge, MA: MIT Press.
- Hefendehl-Hebeker, L. & Schwank, I. (2015): Arithmetik: Leitidee Zahl, in: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L. Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.), Handbuch für Mathematikdidaktik, S. 77-115, Berlin, Heidelberg: Springer.
- Krummheuer, G. (2012): Interaktionsanalyse, in Heinzl, F: (Hrsg.), Methoden der Kindheitsforschung, S. 234-247, Weinheim: Juventa.
- Meyer, M. (2007): Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument. Hildesheim: Franzbecker.
- MFKJKS/MSW (2011): Mehr Chancen durch Bildung von Anfang an – Entwurf – Grundsätze zur Bildungsförderung für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Kindertageseinrichtungen und Schulen im Primarbereich in Nordrhein-Westfalen, herausgegeben von: Ministerium für Familie, Jugend, Kultur und Sport des Landes Nordrhein-Westfalen, Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen.
- Schlicht, S. (2014): Zur Entwicklung des Mengen- und Zahlbegriffs auf der Grundlage einer Videographie mit Drei- bis Vierjährigen, in: Roths, J. & Ames, J. (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, S. 1071-1074, Münster: WTM-Verlag.
- Schlicht, S. (2015): „Empirische Theorien“ – Beschreibung des Verhaltens von Kindern in mathematischen Spielsituationen, in: Caluori, F., Linneweber-Lammerskitten, H. & Streit, C. (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2015. Münster. WTM-Verlag.
- Schlicht, S. (2016): Zur Entwicklung des Mengen- und Zahlbegriffs. Eingereichte Dissertation, Universität zu Köln.
- Schwank, I. (2010): Erlebniswelt Zahlen – Spielereien mit der Rechenwendeltreppe für Vorschulkinder, Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik e.V..
- Schwank, I. (2013a): Wenn Würfelspielen schwer fällt... zur Bedeutung von Ereignissen für das Rechnenlernen – Vorstellung der mathematischen Spielwelt ZARAO, in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2013, S. 934-937.
- Schwank, I. (2013b): Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens, in von Aster, M. & Lorenz, J. H. (Hrsg.), Rechenstörungen bei Kindern, 2. Auflage, S. 93-139, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Struve, H. (2015): Zur geschichtlichen Entwicklung der Mathematikdidaktik als wissenschaftlicher Disziplin, in: Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L. Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (Hrsg.), Handbuch für Mathematikdidaktik, S. 359-566, Berlin, Heidelberg: Springer