

Nina STURM, Landau

„Ich kann das nicht!“ Ein Zugang zum Lösen problemhaltiger Textaufgaben mit externen Repräsentationen

Repräsentationen, die den in der Textaufgabe geschilderten Inhalt widerspiegeln, können als Modelle verstanden werden (vgl. Palmer, 1978). Sie übernehmen lösungsunterstützende Funktion insbesondere dann, wenn sie vom Lösenden selbst generiert und externalisiert werden. Für das Lösen und Verstehen der Textaufgabe ist entscheidend, ob es dem Lernenden, der seine eigene Sicht der Dinge zu Papier bringt, gelingt, die geschilderte Situation und die zugrunde liegenden Beziehungen adäquat zu repräsentieren (van Dijk & Kintsch, 1983).

Der Vorteil des Externalisierens liegt darin, dass die Repräsentationen konkretisiert und präzisiert, aber auch manipuliert, umstrukturiert und stetig weiterentwickelt werden können (Krauthausen & Scherer, 2014). Sie werden für den Lernenden zur Gedächtnis- und Lösungstütze, da er sich fortwährend an seinen Notizen orientieren und an die Lösung herantasten kann (Lorenz, 2004; Norman, 1993). Dies geht mit einer Entlastung des Arbeitsgedächtnisse einher (Cox, 1999; Schnotz, Baadte, Müller, & Rasch, 2011). Der Lernende gewinnt zum einen freie Kapazitäten, die er für den Problemlöseprozess nutzen kann, da er seine Lösungsideen und –schritte wie auch die Aufgabenbedingungen nicht im Arbeitsgedächtnis präsent halten muss (Sweller, 1994). Zum anderen an Flexibilität und Beweglichkeit, wenn es darum geht den Problemraum einzuschränken (Fehse, 2001).

Ferner können externe Repräsentationen eine Unterstützung für Mitschülerinnen und Mitschüler wie auch Lehrkräfte darstellen, da vollzogene Handlungen und Gedankengänge sichtbar und leichter nachvollziehbar sind, als wenn sie lediglich verbal aufgenommen werden (Bransford & Johnson, 1972; Cox, 1999). Hinzu kommt, dass durch Zeigen Bezüge herausgestellt werden können und externen Repräsentationen zur Gesprächs- und Argumentationsstütze werden lassen (Fehse, 2001; Norman, 1993).

Die Vorteile externer Repräsentationen wurden im Repräsentationstraining der vorliegenden Untersuchung aufgegriffen und sich zunutze gemacht. Die Kinder wurden im Klassensetting angeregt, zu vielfältigen problemhaltigen Textaufgaben externe Repräsentationen zu generieren (vgl. Sturm & Rasch, 2015). In einer Problemlösestunde, insgesamt gab es zwölf, stand immer nur eine problemhaltige Textaufgabe im Vordergrund. Da es Grundschulkindern häufig an Erfahrungen in der Konstruktion und dem Umgang mit externen Repräsentationen mangelt (Cox, 1999; Sturm, 2015b), wurden die in Einzelarbeit entstandenen Eigenproduktionen der Kinder zum Lernge-

Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

genstand gemacht. Der Fokus lag dabei auf unterschiedlichen Heran- und Vorgehensweisen, die gemeinsam reflektiert, analysiert und weiterentwickelt wurden. In diesem Zusammenhang wurden auch die Vor- und Nachteile der Denk- und Erkenntniswerkzeuge herausgestellt und diskutiert.

Greift man die problemhaltige Textaufgabe

„Die Klassen 3a und 3b gehen in den Computerraum. Einige Kinder müssen zu zweit an einem Computer arbeiten. Insgesamt gibt es 25 Computer, aber 40 Kinder. Wie viele Kinder arbeiten alleine an einem Computer? Wie viele Kinder arbeiten zu zweit an einem Computer?“

heraus, so lassen sich die hierzu entstandenen Denk- und Erkenntniswerkzeuge der Drittklässler in Rechnungen, Tabellen, Zeichnungen und begründende Texte klassifizieren:

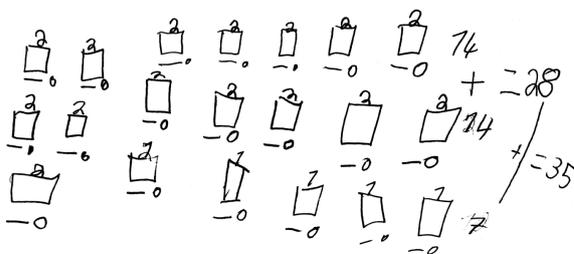
Kind 1: Rechnung

ich halbe ~~rechnet~~ umgedreht was
 $= 40$ ergibt und 25 Kinder sind
 $75 + 75 = 30 + 70 = 60$
 $75 - 70 = 25$

Kind 2: Tabelle

Kinder	Stühle	Seimer	Computer
140 140	5	30	35
√40	10	20	30
√40	73	74	25
√40	74	73	25
√40	75	70	25

Kind 3: Zeichnung



Kind 4: Begründender Text

Ich hab mir 25 fireke aufgem
 alt dan hab ich apwechselnt
 in Kint dan 2 Kinber und dan
 immer so weiter dan hab ich die
 Kinber gezelt es warn keine 40
 also hab ich an 3 Computern wo
 zuerst 1 Kint sas 2 Kinber hingemalt
 so bin ich zu Lösung gekommen

Die Denk- und Erkenntniswerkzeuge der Drittklässler spiegeln ganz unterschiedliche Denk- und Vorgehensweisen wider, die in der Reflexionsphase aufgegriffen, nachvollzogen aber auch gegenübergestellt wurden. Für einen vertiefenden Einblick in das Training und die Rolle der Eigenproduktionen muss an dieser Stelle auf Sturm (2015a) sowie Sturm und Rasch (2015) verwiesen werden.

Um den Fragestellungen, ob Drittklässler problemhaltige Textaufgaben nach der Intervention erfolgreicher lösen als vorher und inwiefern sich die

Gruppen hinsichtlich ihres Lösungserfolgs unterscheiden, nachzugehen, lag der Untersuchung ein Pre-Post-Test-Kontrollgruppen-Design zugrunde. Dabei wurden vier Gruppen unterschieden: 1) trainierte Klassen, die sich zusätzlich austauschen durften (T+K+), 2) trainierte Klassen, die sich nicht zusätzlich austauschen durften (T+K-), 3) nicht trainierte Klassen, die sich zusätzlich austauschen durften (T-K+) und 4) nicht trainierte Klassen, die sich nicht zusätzlich austauschen durften (T-K-).

Rein deskriptiv spiegelte sich in allen vier Gruppen vom Pre- zum Posttest - die aus jeweils drei, strukturgleichen Aufgaben bestanden - ein Leistungsanstieg wider. Während zu Beginn der Untersuchung noch kein Drittklässler in der Lage war alle drei problemhaltigen Textaufgaben zu lösen, waren es nach der Intervention in den trainierten Klassen 19,6 % bzw. 18,2 %, in den nicht trainierten Klassen 7,2 % bzw. 4,0 % (s. Tabellen).

T+K+	<i>Pretest</i>	<i>Posttest</i>	T+K-	<i>Pretest</i>	<i>Posttest</i>
Keine Richtige	73,9 %	19,5 %	Keine Richtige	75,6 %	30,7 %
Eine Richtige	22,7 %	25,3 %	Eine Richtige	21,1 %	26,1 %
Zwei Richtige	3,4 %	35,6 %	Zwei Richtige	3,3 %	25,0 %
Drei Richtige	0 %	19,6 %	Drei Richtige	0 %	18,2 %

T-K+	<i>Pretest</i>	<i>Posttest</i>	T-K-	<i>Pretest</i>	<i>Posttest</i>
Keine Richtige	76,2 %	38,6 %	Keine Richtige	84,4 %	52,0 %
Eine Richtige	22,6 %	31,3 %	Eine Richtige	15,6 %	29,3 %
Zwei Richtige	1,2 %	22,9 %	Zwei Richtige	0 %	14,7 %
Drei Richtige	0 %	7,2 %	Drei Richtige	0 %	4,0 %

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass nach der Intervention in allen vier Gruppen eine signifikante Leistungssteigerung zu beobachten war. Hypothesenkonform zeigte sich der größte Anstieg in den trainierten Klassen, die sich zusätzlich austauschen durften (T+K+). Insbesondere das Thematisieren und Aufgreifen unterschiedlicher Vor- und Herangehensweisen ermöglichte den Auf- bzw. Ausbau eines Repräsentationsrepertoires seitens der Drittklässler. Das Training sensibilisierte sie für unterschiedliche Zugänge und wirkte sich positiv auf deren Lösungserfolg aus. Nach der Intervention waren sie in der Lage adäquate Repräsentationen zu generieren, die ihnen dazu verhalfen, Problembarrrieren zu überwinden.

Auch wenn Kinder die Textaufgaben mit ihrer regulären Mathematiklehrkraft bearbeiteten, ließ sich eine signifikante Leistungssteigerung feststellen. Hierbei darf jedoch nicht vernachlässigt werden, dass die unterrichtende Lehrkraft den Effekt beeinflusst.

Literatur

- Bransford, J. D., & Johnson, M. K. (1972). Contextual prerequisites for understanding: Some investigations of comprehension and recall. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 11(6), 717–726. [http://doi.org/10.1016/S0022-5371\(72\)80006-9](http://doi.org/10.1016/S0022-5371(72)80006-9)
- Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, 9(4), 343–363. [http://doi.org/10.1016/S0959-4752\(98\)00051-6](http://doi.org/10.1016/S0959-4752(98)00051-6)
- Fehse, E. (2001). *Unterstützung von Kohärenzbildung beim kooperativen und individuellen Lernen mit externen Repräsentationen* (Dissertation). Abgerufen von <https://www.freidok.uni-freiburg.de/data/220>
- Krauthausen, G., & Scherer, P. (2014). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Lorenz, J. H. (2004). *Kinder entdecken die Mathematik*. Braunschweig: Westermann.
- Norman, D. A. (1993). *Things That Make Us Smart: Defending Human Attributes in the Age of the Machine*. Cambridge, MA: Perseus Books.
- Palmer, S. (1978). Fundamental Aspects of Cognitive Representation. In E. Rosch & B. Lloyd (Hrsg.), *Cognition and Categorization* (S. 259–303). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Schnotz, W., Baadte, C., Müller, A., & Rasch, R. (2011). Kreatives Denken und Problemlösen mit bildlichen und beschreibenden Repräsentationen. In K. Sachs-Hombach & R. Totzke (Hrsg.), *Bilder - Sehen - Denken. Zum Verhältnis von begrifflich-philosophischen und empirisch-psychologischen Ansätzen in der bildwissenschaftlichen Forschung* (S. 204–252). Köln: Halem.
- Sturm, N. (2015a). Barrieren überwinden - aber wie? *Die Grundschulzeitschrift*, 29(283/284), 36–39.
- Sturm, N. (2015b). Die Rolle selbstgenerierter Repräsentationen beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben und Fördern von „problem representation skills“. In H. Linneweber-Lammerskitten, F. Caluori, & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015: Beiträge zur 49. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 9. bis 13. Februar in Basel* (S. 900–904). Münster: WTM-Verlag.
- Sturm, N., & Rasch, R. (2015). Forms of Representation for Solving Mathematical Word Problems – Development of an Intervention Study. In W. Schnotz, A. Kauertz, H. Ludwig, A. Müller, & J. Pretsch (Hrsg.), *Multidisciplinary Research on Teaching and Learning* (S. 201–223). Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, 4(4), 295–312. [http://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](http://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
- van Dijk, T. A., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of Discourse Comprehension*. New York: Academic Press.