

Kinga SZÚCS, Jena

Umgang mit Heterogenität unter Verwendung von (digitalen) Medien im Mathematikunterricht

1. Das Projekt „Medien im Mathematikunterricht“

Im Rahmen des durch das BMBF geförderten bundesweiten Projekts „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ werden Maßnahmen entwickelt, die langfristig die Lehrerbildung verbessern. An der Friedrich-Schiller-Universität Jena geht es um das Projekt „Professionalisierung von Anfang an im Jenaer Modell der Lehrerbildung (ProfJL)“, dessen Teilprojekt 8 „Medien im Mathematikunterricht“ den Einsatz von insbesondere digitalen Medien unter dem Aspekt der Heterogenität in den Fokus stellt. In diesem Teilprojekt wird zum Ziel gesetzt, eine neue Lehrveranstaltung für die Ausbildung von Mathematiklehrern und –innen zu konzipieren, in der Unterrichtsmaterialien zum Einsatz von (insbes. digitalen) Medien im Mathematikunterricht entwickelt, exemplarisch schulisch erprobt und daraufhin evaluiert werden, inwieweit sie zum erfolgreichen Umgang mit Heterogenität beitragen. Im Wintersemester 2015/16 erfolgte zunächst die Pilotphase der Lehrveranstaltung, nachfolgend werden einige Ergebnisse exemplarisch vorgestellt.

2. Einsatz von nichtdigitalen Medien

Hierzu wurde im Rahmen der Lehrveranstaltung in erster Linie der vielfältige Einsatz von Zeitungen und populärwissenschaftlichen Zeitschriften thematisiert. Eine Unterrichtseinheit wurde zum Thema „Dezimalzahlen“ basierend auf dem Artikel „Verschieden und doch gleich“ (Rittaud, 2005) entwickelt. Das Hauptziel der Stunde ist, Lernenden der Klassenstufe 8 die Nicht-Eindeutigkeit der Dezimalzahldarstellung bewusst zu machen. Angeknüpft wird am Anfang der Stunde an die allen Lernenden vorausgesetzten Vorkenntnisse der Bruch- und Dezimalzahlen, indem eine Zuordnungsaufgabe mit bekannten Zahlen ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{5}$, etc. und $0,1$, $0,\bar{3}$, $0,4$, $0,3$) gestellt wird. Anschließend sollen die Schülerinnen und Schüler diese Zahlen und die Zahl 1 bzw. $0,\bar{9}$ auf den Zahlenstrahl eintragen. In der Erarbeitungsphase der Stunde erfolgt die Lektüre des Textes, parallel hierzu soll eine Richtig-falsch-Aufgabe mit neun Teilaufgaben gelöst werden, in denen das detaillierte Verständnis relevanter Informationen erfragt wird. Drei Beispiele sind Abbildung 1 zu entnehmen. In der Ergebnissicherungsphase kann nun leistungsdifferenziert gearbeitet werden, indem Aufgaben zum im Text hergeleiteten Beweis ($0,\bar{9} = 1$) auf drei verschiedenen Ebenen angeboten werden. Leistungsschwächere sollen den Beweis mit Hilfe eines vor-

Wenn man $0,999\dots$ mit 10 multipliziert, verschiebt sich das Komma um eine Stelle nach links.
Bei $9,999\dots$ und $0,999\dots$ stimmt die Anzahl der Nachkommastellen nicht überein.
$9,999\dots - 0,999\dots = 10$

Abb. 1: Richtig-falsch-Aufgabe zum Text „Verschieden und doch gleich“
 gegebenen Schemas (Abb. 2) rekonstruieren. Lernende mit durchschnittlicher kognitiver Leistung sind aufgefordert, den Beweis auf die Zahldarstellungen $0,2$ und $0,1\bar{9}$ zu übertragen. Besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler bekommen den offenen Transferauftrag, weitere Beispiele für Zahlen mit nichteindeutiger Dezimalzahldarstellung zu finden.

Ergänze den Beweis anhand des Textes:

$$\begin{array}{rcl}
 x = 0,9\bar{9} & & \cdot 10 \\
 \dots\dots = 9,9\bar{9} & & / \dots\dots \\
 9x = \dots\dots & & / : 9 \\
 x = 1 & &
 \end{array}$$

Abb. 2: Beweis von $0,9\bar{9} = 1$ in Lückentextform für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler

3. Einsatz von digitalen Medien

In der Lehrveranstaltung wurde schwerpunktmäßig mit digitalen Medien gearbeitet, neben dem möglichen Einsatz von Filmen bzw. Pod- und Videocasts im Unterricht, die nachfolgend ausführlicher thematisiert werden, wurde auch der CAS-Einsatz, die Arbeit mit dem Interaktiven Whiteboard und mit der Software GeoGebra angesprochen.

Pod- und Videocasts im Mathematikunterricht

Pod- und Videocasts sind im Mathematikunterricht ebenfalls vielfältig einsetzbar. So können sie durchaus zur inhaltlichen Motivation unbekannter mathematischer Sachverhalte in der Einführungsphase, zur Findung von neuen Zusammenhängen oder Beweisideen in der Erarbeitungsphase, aber auch zur Vertiefung, Vorstellung weiterführender Inhalte oder praktischer Anwendungen in der Übungsphase eingesetzt werden. Im Rahmen der Lehrveranstaltung wurde zu einem Ausschnitt aus dem Videocast „Die Sprache des Universums“ (Time-Code: 39:06 – 45:45) eine Unterrichtseinheit für die Klassenstufe 8 entwickelt. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf die Irrationalität der Zahl $\sqrt{2}$ bzw. auf den entsprechenden Widerspruchsbeweis, der im Video im Zusammenhang mit dem Satz von Pythagoras thematisiert wird. Es wird aber vorausgesetzt, dass die Schülerinnen

und Schüler den Satz des Pythagoras bereits kennen und ihn zur Berechnung von fehlenden Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck nutzen können. In der Einführungsphase werden sie aufgefordert, bei vorgegebenen Dreiecken die fehlende Seitenlänge zu bestimmen, so auch bei einem rechtwinkligen Dreieck mit den Kathetenlängen 1 LE. Somit wird nicht nur an Vorkenntnisse angeknüpft, sondern auch die Zahl $\sqrt{2}$ wird indirekt angesprochen. Die Lernenden kennen zwar an dieser Stelle, dass die fehlende Seite die Länge $\sqrt{2}$ LE hat, sie wissen aber nicht, dass diese Zahl irrational ist. In der Erarbeitungsphase geht es um den Videoausschnitt, beim ersten Anschauen sollen die Lernenden nur entscheiden, ob bestimmte Begriffe im Video erwähnt werden. Diese Aufgabe dient der groben Orientierung und einer ersten Auseinandersetzung mit dem Thema. Beim zweiten Anschauen sind zehn Multiple-Choice-Aufgaben gestellt, die dem detaillierten Verständnis dienen. Zwei Beispiele sind der Abbildung 3 zu entnehmen.

f. Die Pythagoreer nahmen an, dass	A diese Größe ein Bruch ist.	
	B diese Größe kein Bruch ist.	
	C die Fläche eines Kathetenquadrates der Fläche des Hypotenusenquadrates ist.	
g. Aus der Annahme hat Hippasos die Folgerung gezogen, dass	A die gesuchte Größe eine Quadratzahl ist.	
	B sich 2 als Bruch nicht darstellen lässt.	
	C sich 2 als Verhältnis zweier Quadratzahlen aufschreiben lässt.	

Abb. 3: Multiple-Choice-Aufgaben zum Film Die Sprache des Universums

In der Ergebnissicherungsphase bekommt jede/r Schüler/in eine Beweis-puzzle-Aufgabe zur Rekonstruktion des im Video thematisierten Beweises. Eine Leistungsdifferenzierung kann durch geringfügige Veränderung der Aufgabenstellung erfolgen. Leistungsschwächere Lernende erhalten einen Beweis mit Lücken (Abb. 4) und auch die fehlenden Behauptungen als Hilfefekärtchen. Sie sollen den entsprechenden Platz für diese in der Beweiskette finden. Schüler mit durchschnittlicher Leistung bekommen ebenfalls den Beweis mit Lücken, aber sie sollen die fehlenden Behauptungen selbst formulieren. Für Leistungsstarke ist der Beweis nur mit Anfangs- und Endaussage und ohne weitere Hilfe vorzulegen.

Filme im Mathematikunterricht

Hierbei ging es in erster Linie um Unterhaltungsfilme, die direkt oder indirekt mathematische Inhalte ansprechen und demzufolge die entsprechenden Stellen des Films im Mathematikunterricht eingesetzt werden können. Die Einsatzmöglichkeiten überlappen sich überwiegend mit denen bei den Pod- und Videocasts. In der Lehrveranstaltung wurde eine Unterrichtseinheit zu einem Ausschnitt (Time-Code 2:00-8:54) aus „Rosenkranz und Guldennstern“ entworfen. Ziel ist hierbei eine erste (mathematische) Vor-

stellung für den Begriff Wahrscheinlichkeit zu entwickeln, insbesondere der frequentistische Aspekt steht dabei im Vordergrund. Nach einer Zettelabfrage zu den bereits vorhandenen (intuitiven) Vorstellungen zur Wahrscheinlichkeit und anschließender Sortierung im Plenum sollen die Lernenden Fragen wie „Was ist wahrscheinlicher, bei einem 78maligen Wurf 78mal Kopf oder 39mal Kopf und 39mal Zahl zu werfen?“ entscheiden.

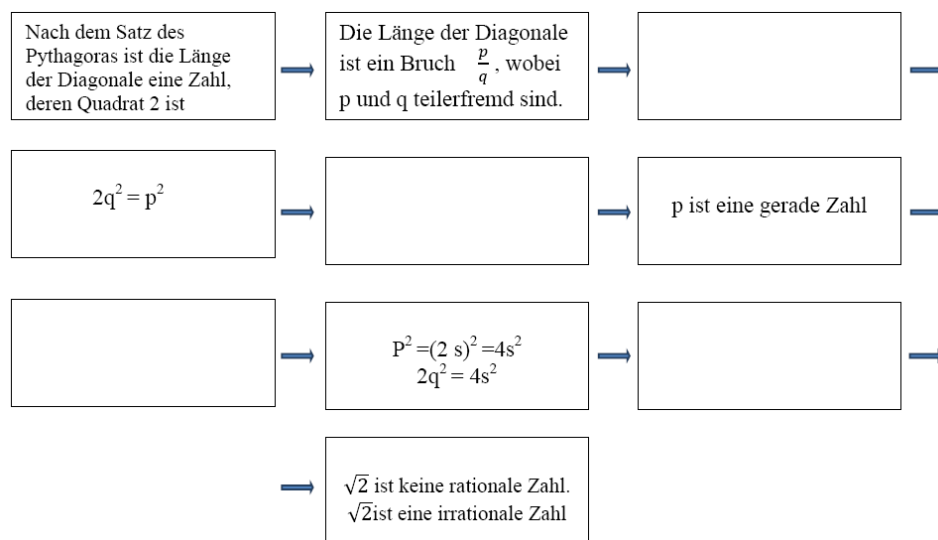


Abb. 4: Beweispuzzle (mittleres Leistungsniveau) zur Irrationalität von $\sqrt{2}$

Während des Anschauens sind die Lernenden aufgefordert, vorgegebene Argumente der im Filmausschnitt geführten Diskussion zweier Protagonisten in die richtige Reihenfolge zu bringen. Anschließend wird die Reihenfolge im Plenum besprochen und das Gesehene mit Hilfe von Leitfragen diskutiert. Hierzu ein exemplarisches Beispiel: „Im Film behauptet der eine Protagonist, dass Wahrscheinlichkeit nicht als ein Faktor wirkt. Diese Aussage formuliert er basierend auf der Erfahrung, dass die Münze 78mal auf die Kopfseite gefallen ist. Warum schlussfolgert er aus dieser Erfahrung, dass Wahrscheinlichkeit nicht wirkt? Was könnte man in der Praxis erwarten, wenn Wahrscheinlichkeit wirken würde?“

Literatur

- Bernius, V. & Pleimfeldner, M. (2013). Das neue Zuhören. *Computer+Unterricht*, 90, 6–9.
- Pallack, A. (2015). Filme in der Mathematik. *Mathewelt ML 189. Das Schülerarbeitsheft*, 1-16.
- Pleimfeldner, M. (2013). Es war einmal... Podcasts im Mathematikunterricht. *Computer+Unterricht*, 90, 40–41.
- Rittaud, B. (2005). Verschieden und doch gleich. *Spektrum der Wissenschaft, Spezial 2/05, Unendlich (plus eins)*, 52.

<http://www.planet-schule.de/sf/filme-online.php?reihe=1073&film=8342> (25.02.2016)