

Christian WERGE, Leipzig

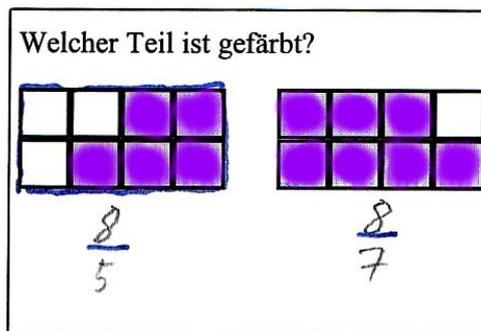
Hilfen für Schüler der Sekundarstufe mit besonderen Schwierigkeiten im Rechnen: Erfahrungen mit der Kla^PPS-Regel in der Lerntherapie

Ältere Schülerinnen und Schüler mit besonderen Schwierigkeiten im Rechnen zeichnen sich oft dadurch aus, dass sie bereits beim Berechnen von Termen aus Zahlen Probleme haben, die richtige Reihenfolge der Rechenoperationen und die korrekte Richtung der Ausführung nicht kommutativer Operationen einzuhalten.

Im Beitrag wird nach kurzer Einführung in die Spezifik rechenschwacher Schüler die Kla^PPS-Regel erläutert und ihr Einsatz in lerntherapeutischen Situationen beschrieben. Dabei werden typische Fehlermuster herausgearbeitet.

1. Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe mit besonderen Schwierigkeiten im Rechnen

Betrachtet man die Aufgabe $44+32$ und ihre Lösung 67 mit der Nebenrechnung $4+2=6$ und $4+3=7$ wird deutlich, dass dieser Schüler zwar mit den Ziffern richtig gerechnet hat, aber ein Problem beim Erfassen und Zuordnen der zugehörigen Stellenwerte hat, also ein sogenanntes Orientierungsproblem (Schulz, S. 467). Solche Richtungsprobleme beobachten wir auch bei (nichtkommutativen) Rechenoperationen, z. B. $64-25=41$, „denn $6-2=4$ und $5-4=1$ “, wie vorgerechnet wird, oder beim Verwechseln von Zähler und Nenner gemeiner Brüche (s. Abb.: Chris, 7. Klasse). Beim letztgenannten Problem spielt auch die beklagte „Dominanz der syntaktischen Ebene“ (Padberg, S. 155) eine Rolle.



Die Problematik rund ums zählende Rechnen und mangelhafter Automatismen im Bereich der kleinen Einsplus- und Einmaleins sollen hier nicht betrachtet werden, sondern nur die Schwierigkeiten mit der korrekten Vereinfachung und Berechnung von Termen mit Zahlen, kurz der Vorrangregeln.

2. Besonderheiten der Vorrangregeln

Auf diese Art von Regeln trifft sicher die oft geforderte Begründung der Regeln anhand von möglichst anschaulichen Vorstellungen nicht zu, denn es handelt sich um Vereinbarungen, die im Laufe der letzten Jahrhunderte Wandlungen unterzogen waren, wie ein kleiner Ausschnitt aus der Herlei-

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

tung der graphischen Lösung einer quadratischen Gleichung (Schön, S. 288) belegt, bei der aus heutiger Sicht zumindest die Klammer um „ $m - x$ “ fehlt. Bei diesen Regeln muss demnach im Mittelpunkt der methodischen Überlegungen die Art der Illustration stehen, wie Schulbücher verdeutlichen.

$$x : a : m - x, \text{ also } mx - x^2 = a^2$$

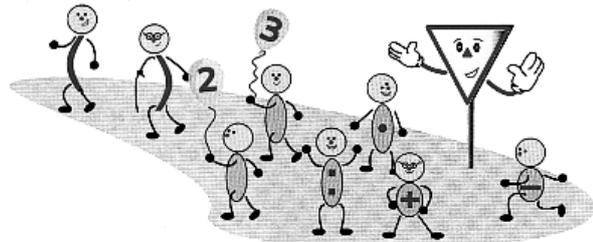
Bei mehreren Rechenoperationen in einer Aufgabe ist deren Reihenfolge zu beachten.

► 11

1. Was in Klammern steht, zuerst berechnen
2. Potenzen berechnen
3. Multiplizieren oder Dividieren vor Addieren oder Subtrahieren („Punktrechnung vor Strichrechnung“)

Treten in einer Aufgabe Klammern oder mehrere Rechenoperationen auf, so ist die richtige Reihenfolge der Rechnungen zu beachten. Es gelten folgende Vorrangregeln:

- (1) Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet.
- (2) Potenzrechnung geht vor Punktrechnung.
- (3) Punktrechnung geht vor Strichrechnung.
- (4) Sonst wird von links nach rechts gerechnet.



Beispiel

Will man den Wert von $3 + 5 \cdot 2^3$ berechnen, beginnt man zunächst mit der Rechenoperation der 3. Stufe:

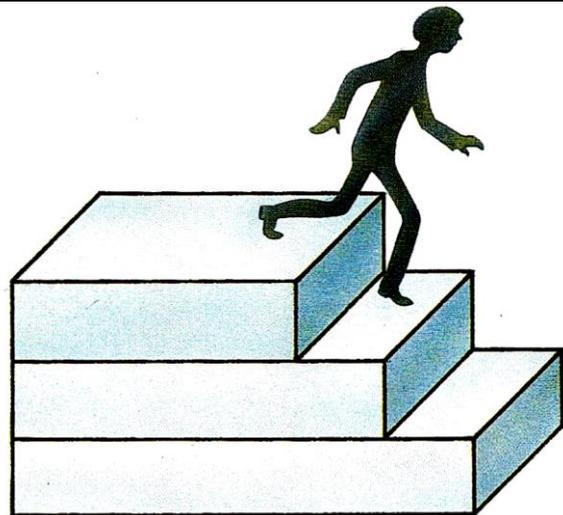
$$3 + 5 \cdot 2^3 = 3 + 5 \cdot 8$$

Dann führt man die Rechenoperation der 2. Stufe aus:

$$3 + 5 \cdot 8 = 3 + 40$$

Nun erst wird die Rechenoperation der 1. Stufe ausgeführt:

$$3 + 40 = 43$$



Während im oberen Bild (Mathematik 5, VW, S. 24) nüchtern die Reihenfolge genannt wird, veranschaulichen im zweiten Beispiel (Mathematik 5, DUDEN PAETEC, S. 66) *von rechts nach links* spazierende Klammern, Exponenten und Operationszeichen die Reihenfolge. Im dritten Beispiel

(Mathematik 5, Oldenburg, S. 37) bewegt sich der „Lerner“ *nach rechts* von der dritten zur ersten Stufe hinab.

3. Zur Kla^PPS-Regel

In lerntherapeutischen Sitzungen wird die Kla^PPS-Regel in vier Schritten eingeführt. Ausgehend von $3 + 4 \cdot 2$ wird an die aus der Grundschule meist bekannte „Punkt- vor Strichrechnung“ erinnert, mit $(3 + 4) \cdot 2$ kommt die Klammer ins Spiel, soweit die mündlich überlieferte „Klaps-Regel“. Der nächste Schritt kann mit Hilfe von $3 - 4 \cdot 2$ verdeutlicht werden, wobei häufig suggestiv nach $4 \cdot 2$ fehlerhaft $8 - 3 = 5$ angegeben wird und der Pfeil dann die korrekte Rechenrichtung betont. Schließlich fehlt noch, erläutert z. B. an $3 \cdot 4^2$, die Einordnung von Potenzen: Das Kleinbuchstabe a hat keine Oberlänge, also gibt es dort Platz für ein hochgestelltes P für Potenz.

Übungsblätter zur Kla^PPS-Regel sollten, einer berechtigten Kritik an Übungsplantagen und dem Hinweis auf J. S. Bachs (1685 – 1750) Notenbüchlein für Anna Magdalena, wenigstens „einen Hauch von Poesie“ aufweisen.

„7 5 3 kroch Rom aus dem Ei.“
 Achte auf den kleinen Unterschied!

P
 KlaPS-Regel

Wende konsequent die Vorrangregeln an.
Die Lösungen (und Phantasiezahlen) stehen unten.

a) $(7 - 5^2) \cdot 3$

= $(-18) \cdot 3$

= -54

f) $7 + (5 - 3^2)^3$

Zahlenlotto? Sechs Richtige - garantiert

P
 KlaPS-Regel

Wende konsequent die Vorrangregeln an.
Die Lösungen sind ungeordnet notiert und durch
Phantasiezahlen ergänzt.

a) $2 + 2 \cdot 2^2 - 2 : 2$

.....

f) $(7 - 7 : 7) \cdot 7 - 7 \cdot 7$

.....

4. Erfahrungen und häufige Fehler

Die **Kla^PPS**-Regel erweist sich als eine Merkhilfe (Eselsbrücke), die besonders Schülern mit Problemen im Mathematikunterricht eine gewisse Hilfe bietet. Selbst mit dieser Regel bleiben jedoch noch weitere typische Fehler bei Termumformungen unberücksichtigt, die – wie wir sagen – „versteckten“ Klammern: So klammern **Bruchstriche** ebenso wie **Wurzelzeichen** und die (kleingedruckten) Terme in einem **Exponenten** müssen genau wie die **zwei Seiten einer Gleichung** als geklammert angesehen werden.

Bei wiederholter bewusster Anwendung wird die Fehlerzahl spürbar reduziert. Die korrekte Wiedergabe allein genügt

Handwritten diagram illustrating the **Kla^PPS** rule. The expression $2 + 2 \cdot 2^2 - 2 : 2$ is shown. Above the first 2 is '8', above the second 2 is '16', and above the 2 in the exponent is '1'. A bracket under the entire expression is labeled '3'. An arrow points from the text 'Kla^PPS' to the expression.

nicht zur Fehlervermeidung, wie ein Beispiel von Marvin (9. Klasse) zeigt, der Sekunden vor der Lösung der Aufgabe die Regel aus dem Gedächtnis richtig notiert hatte. Von uns beobachtet wurde auch, dass auf einem Übungsblatt Punkt- vor Strichrechnung bzw. die vom Pfeil geforderte Rechenrichtung beachtet und missachtet wurde.

Überraschende Fehler traten auf, wenn z. B. bei $(8 - 3) \cdot 4 + 2 = 5 - 7 = 2$ (Paula, 7. Klasse) Operatoren in der Rechnung doppelt auftraten.

5. Kritische Anmerkungen

Obwohl die Regel hilft, typische Fehler, insbesondere Richtungsfehler bei Kindern und Jugendlichen mit Orientierungsschwierigkeiten zu vermeiden, ist erstens die Übertragung auf die viel häufiger auftretenden Terme mit Variablen nur begrenzt möglich (Distributivgesetz beim Auflösen von Klammern), zweitens verstellt die konsequente Beachtung der Pfeilrichtung bequemes Kopfrechnen bei Aufgaben wie $2 \cdot 17 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 17 = 170$ und drittens wird der Aspekt des Auflöser verschachtelter Klammern „von innen nach außen“ nicht veranschaulicht.

Literatur

Bock, H.; Walsch, W. (Hrsg.), *Mathematik 5 entdecken verstehen anwenden* (1992). München: Oldenbourg

Mathematik. Lehrbuch für Klasse 5 (1988). Berlin: Volk und Wissen

Mathematik 5. Ausgabe G (2005). Berlin: DUDEN PAETEC

Padberg, F. (2015). *Didaktik der Bruchrechnung*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Schulz, Andrea (2009). Integrative Lerntherapie – ein außerschulische Hilfe für Kinder mit Rechenschwäche. In Fritz, A. et al. (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 459-474). Weinheim, Basel: Beltz.

(Der Autor, Dr. Ch. Werge, ist auch Leiter des Duden Instituts für Lerntherapie Halle /Saale.)