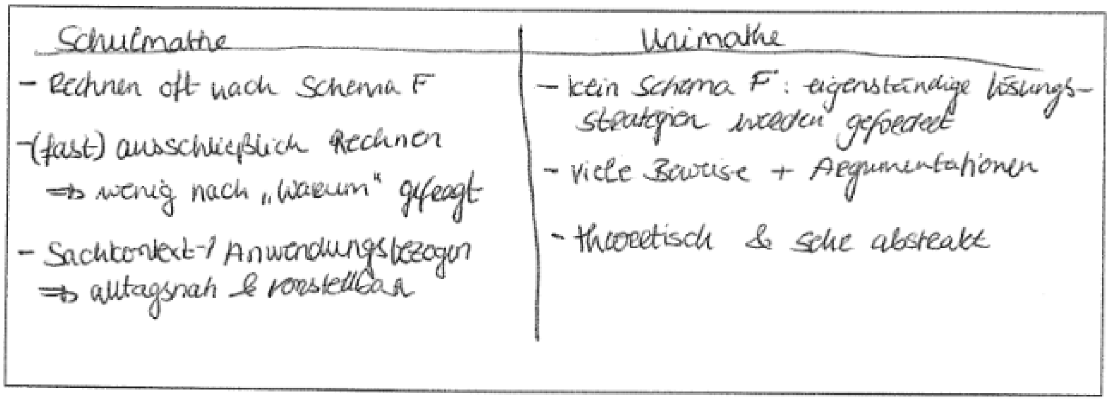
Ingo WITZKE, Siegen & Kathleen CLARK, Florida State

Der Übergangsproblematik Schule-Hochschule im Fach Mathematik begegnen. Das Kooperationsprojekt „Überpro“.

Im Kooperationsprojekt der Universitäten Siegen, Florida State und Köln, genannt „Überpro“, suchen wir im Dialog mit Studierenden Probleme am Übergang von der Schule zur Hochschule besser zu beschreiben und zu verstehen. Dazu entwickeln und erproben wir ein Interventionsseminar, in dem Studierende befragt und unterstützt werden sollen, dem oftmals als problematisch beschriebenen Übergang im Fach Mathematik zu begegnen.

In der einschlägigen Literatur werden hinsichtlich der „ersten Diskontinuität“, also des Übergangs von der Schule zur Hochschule, häufig drei Problemfelder genannt: Das Einfinden der Studienanfänger in eine neue Lebenssituation, fehlendes fachinhaltliches Wissen, sowie die Konfrontation mit einem fundamentalen Auffassungswechsel.

Der Fokus unseres gemeinschaftlichen Forschungsprojektes liegt dabei auf der tiefgehenden Dimension eines von Studierenden am Übergang beschriebenen fundamentalen Auffassungswechsels hinsichtlich des Charakters von Mathematik.



Schulmathe	Unimathe
- Rechnen oft nach Schema F	- kein Schema F: eigenständige Lösungsstrategien werden gefordert
-(fast) ausschließlich Rechnen ⇒ wenig nach „Warum“ gefragt	- viele Beweise + Argumentationen
- Sachkontext-/Anwendungsbezogen ⇒ alltagsnah & vorstellbar	- theoretisch & sehr abstrakt

Abbildung 1: Eine Studierende (Bachelor Mathematik, LA GymGe) beschreibt Unterschiede von Schul- und Hochschulmathematik im Pre-Test 2015.

Dieser trat schon in einer Studie an der Universität zu Köln (vgl. Witzke 2013) sehr offen zu Tage und zeigte sich auch im Pre-Test des im Projekt „Überpro“ durchgeführten Pilotseminars im Sommer 2015 recht deutlich (vgl. Abb. 1). Hefendehl-Hebeker beschreibt dieses von Studierenden wahrgenommene Phänomen u.a. im Rahmen eines „sprunghaft ansteigenden Abstraktionsgrad“ (2010, S. 93 & vgl. 2016, S.16ff.).

Konzeptionelle Grundlage unseres Forschungsprojektes ist ein durch Rekonstruktionen, empirische Studien und theoretische Überlegungen entwi-

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

ckeltes bipolares Modell mathematischer Auffassungen (vgl. Burscheid & Struve 2009, Witzke 2015). Dieses ist gekennzeichnet durch einen Dualismus von empirisch-gegenständlichen Auffassungen von Mathematik in Schule und Teilen der Geschichte auf der einen Seite und formal-abstrakten Auffassungen in der modernen Hochschulmathematik auf der anderen Seite. Der häufig mehrdeutig verwendete Begriff der Abstraktion ist dabei klar gefasst; während Mathematik in empirischen Theorien (Balzer, Moulines & Sneed, 1987), vereinfacht dargestellt, seine Ursprünge und Rechtfertigung unmittelbar in der uns umgebenden physikalischen Realität hat, sind in formalen Theorien alle Begriffe gesetzt und bedürfen keiner realistischen ontologischen Bindung. Abstraktion ist in diesem Sinne gleichzusetzen mit einer Loslösung von der realistischen Ontologie der Gegenstände, so wie sie David Hilbert mit der Formulierung der Grundlagen der Geometrie exemplarisch vorgelegt hat.

Nun gibt es eine Vielzahl von Gründen (bspw. bildungstheoretische, entwicklungspsychologische, lerntheoretische & historische), die belegen, warum es sinnvoll ist, Mathematik in der Schule nicht losgelöst von der Realität, sondern in fortwährendem Bezug zu dieser zu unterrichten. Hefendehl-Hebeker führt in diesem Kontext aus (2016, S. 16-17): „Die Begriffe und Inhalte der Schule haben ihre phänomenologischen Ursprünge überwiegend in der uns umgebenden Realität.[...] Die ontologische Bindung an die Realität ist bildungstheoretisch und entwicklungspsychologisch durch Aufgabe und Ziele der allgemeinbildenden Schule gerechtfertigt.“ Da aber (ebd.) „Mathematik als wissenschaftliche Disziplin heute zu einem Geflecht hoch spezialisierter abstrakter Teilgebiete geworden [ist]“, ist eine Kluft, die es für Studierende der Mathematik zu überwinden gilt, aus unserer Sicht unvermeidlich.

Auf Grundlage solcher Betrachtungen haben wir ein Interventionsseminar konzipiert, dass ab dem dritten Semester im Studienplan für Bachelorstudierende angeboten werden kann und welches erstmalig im Sommer 2015 als dreitägiges Blockseminar durchgeführt wurde. Konzeptionelle Grundüberlegungen bestanden darin, dass im Rahmen eines expliziten Ansatzes (vgl. Schwartz, Ledermann, Crawford, 2003), verschiedene Auffassungen von Mathematik identifiziert und in ihrer Relevanz diskutiert werden sollten. Dies geschah mit einem besonderen Fokus darauf, dass verschiedene Auffassungen von Mathematik in unterschiedlichen Kontexten adäquat sein können. Wesentlich war, dass wir im Seminar konkret zu machen suchten, an welchen Fragestellungen sich historisch ein Auffassungswechsel, insbesondere im Sinne des oben beschriebenen bipolaren Modells, vollzogen hat. Als historische Fallstudie diente dazu die Entwicklung der Geometrie (vgl. Abb. 2), die intensiv mit Hilfe originaler Quellen und einordnender Literatur diskutiert wurde.

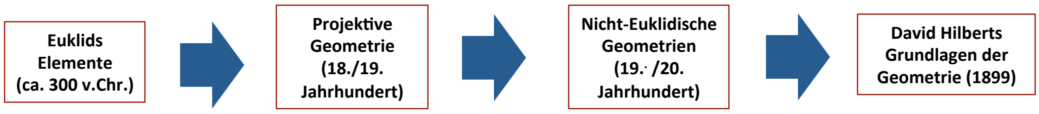


Abbildung 2: Im Seminar nachgezeichnete und diskutierte Entwicklung der Geometrie im Sinne einer Ablösung von der ontologischen Bindung an physikalisch reale Gegenstände (vgl. Witzke 2015 für eine detaillierte Beschreibung des Seminarverlaufes).

Ein besonderer Fokus lag dabei auf der Offenlegung von Fragen die historisch bzw. wissenschaftstheoretisch zu einer Ablösung der Mathematik von „jeder realistischen ontologischen Verpflichtung“ (Peckhaus 2002, S. 7) geführt haben. Wie unter einem Brennglas konnte diese Fragestellung und ihre Folgen für ein modernes (Hochschul-) Mathematikbild im Entstehungskontext von Hilberts Grundlagen der Geometrie diskutiert werden; dabei sticht Hilbert insofern heraus, als dass er eine Geometrie tatsächlich im formalistischen Sinne „exempla trahunt“ (Freudenthal 1961, S. 24) formuliert hat, mit wesentlichem Einfluss auf die Art und Weise wie Mathematik heute aufgefasst werden kann.

Ziel war es durch die explizite Bewusstmachung und Diskussion dieses Auffassungswechsels Hilfestellungen für die individuelle Übergangsbiographie der Studierenden zu geben. Kerngedanke ist dabei, dass sich Schul- und Hochschulmathematik insbesondere aus bildungs- und erkenntnistheoretischen Gründen in wesentlichen Punkten voneinander unterscheiden und daher jegliche Nivellierungsanstrengungen kritisch zu sehen sind – vielmehr sollte die Bewusstmachung und Reflektion eigener Auffassungen im Spiegel historischer und moderner Mathematikauffassungen epistemologische Hürden am Übergang sichtbar, einordbar und erklärbar machen. Durch diese Sensibilisierung für Unterschiede soll ein erfolgreicherer Umgang mit dem Übergang ermöglicht werden - ganz im Sinne der von Ableitinger et al. beschriebenen Position, welche „die erste Diskontinuität als eine Unstetigkeit, die es nicht zu glätten, sondern vielmehr explizit zu thematisieren gilt,“ (Ableitinger et al. 2013, S. VI) versteht.

Das Seminar wurde dabei durch umfängliche systematische Datenerhebung (offener Pre- und Posttest, Videoaufzeichnung von Plenardiskussionen und final Essays) zum Zwecke der Entwicklung von qualitativen Cases (Stake 1994) begleitet. Die Datenanalyse fokussierte dann auf die Erstellung von Kategorien in einem regelgeleiteten Sinne nach Strauss & Corbin (1998). Die Analyse der Daten der Pilotstudie des Projektes „Überpro“ bestätigte, dass die „belief-systeme“ der Studierenden relativ stabil sind und tiefergehende Effekte weiterer längerfristiger Maßnahmen bedürfen. Nichtsdestotrotz lies sich ablesen, dass die vorgestellte Intervention ein adäquates Werkzeug zur Entwicklung einer Bewusstheit für unterschiedliche Auffassungen von Mathematik und ihren Auswirkungen ist. Zudem zeigten sich viele Studierende mit Hilfe des Seminars in der Lage, ihre eigene Auffassung von Mathematik zu reflektieren und im Vergleich mit anderen zu beschreiben und einzuordnen. Auf Grundlage der gewonnenen Ergebnisse findet im Sommersemester 2016 ein semesterbegleitendes Seminar für Studierende des gymnasialen Lehramtes in Siegen statt, das wiederum intensiv mit Methoden qualitativer Forschung – insbesondere wöchentlich geführter Reflexionsbücher – begleitet wird.

Literatur

Ableitinger, A., Kramer, J., & Prediger, S. (Eds.). (2013). *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Balzer, W., Moulines, C. U., & Sneed, J. D. (1987). *An architectonic for science: The structuralist program*. Dordrecht: Reidel.

Burscheid, H. J., & Struve, H. (2009). *Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen*. Hildesheim: Franzbecker.

Freudenthal, H. (1961). Die Grundlagen der Geometrie um die Wende des 19. Jahrhunderts. *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte*. (7), 2–25.

Hefendehl-Hebeker, L. (2016). Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule. In A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth, & H.-G. Rück (Eds.), *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase* (pp. 15–30). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Hefendehl-Hebeker, L., Ableitinger, C., & Herrmann, A. (2010). Mathematik besser verstehen. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, *44*, 93–94.

Peckhaus, V. (2002). Impliziert Widerspruchsfreiheit Existenz? Oskar Beckers Kritik am formalistischen Existenzbegriff. Retrieved from (19.3.2016) http://kw1.uni-paderborn.de/institute-einrichtungen/institut-fuer-humanwissenschaften/philosophie/personal/peckhaus/texte-zum-download/

Schwartz, R. S., Lederman, N. G., & Crawford, B. A. (2004). Developing Views of Nature of Science in an Authentic Context: An Explicit Approach to Bridging the Gap Between Nature of Science and Scientific Inquiry. *Wiley Periodicals*, 610–645.

Stake, R. E. (1994). Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 236–247). Thousand Oaks, CA: Sage.

Strauss, A., & Corbin, J. *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Witzke, I. (2013). Zur Übergangsproblematik im Fach Mathematik. *Beiträge zum Mathematikunterricht*, *47*, 1098–1101.

Witzke, I. (2015). Different understandings of mathematics: An epistemological approach to bridge the gap between school and university mathematics. *ESU*,7, 303–322.