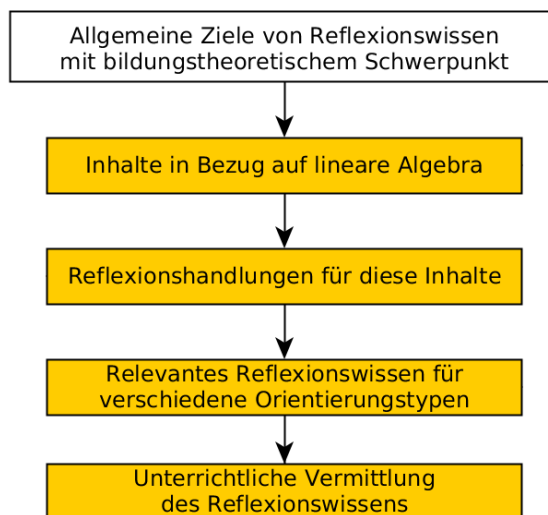


Oliver SCHMITT, TU Darmstadt

## Konzept zur Vermittlung von Reflexionswissen aus tätigkeitstheoretischer Perspektive

Im Mathematikunterricht, insbesondere in der Sek. II mit dem Ziel einer wissenschaftspropädeutischen Bildung, soll nicht nur fachliches Wissen vermittelt werden, sondern darüber hinaus auch Wissen über das Fach, dessen gesellschaftliche Bedeutung und Wirkung. Im Vortrag wurden verschiedene Ansätze, die ein solches Reflexionswissen aus bildungstheoretischer Perspektive anstreben, untersucht und inhaltlich zusammengestellt (z.B. Fischer, 2001 und Skovsmose, 1994). Als wesentliche Ziele wurden herausgearbeitet: die Reflexion des Mensch-Welt-Verhältnisses in Hinblick auf die spezielle Perspektive der Disziplin Mathematik in Abgrenzung zu anderen Disziplinen, die Explizierung der oft impliziten Wirkung von Mathematik auf die Welt sowie die Förderung von Kommunikations- und Entscheidungskompetenz in Hinblick auf die Auseinandersetzung mit mathematikhaltigen Expertisen. Neben Inhalt und Funktion ist für eine unterrichtliche Umsetzung auch eine wissens- und lernpsychologische Charakterisierung von Reflexionswissen wichtig. Als theoretischer Hintergrund wurde die Tätigkeitstheorie in der Rezeption von Giest und Lompscher verwendet (Giest & Lompscher, 2006). Reflexionswissen wird hier insgesamt als explizites, deklaratives Wissen über das Fach verstanden, das relevant zur Bildung einer Orientierungsgrundlage (Schmitt, 2013) in Reflexionshandlungen ist, gleichzeitig aber auch selbst ein Ergebnis von individuellen oder kollektiven Reflexionshandlungen darstellt und im Unterricht explizit zu behandeln ist. In Hinblick auf eine explizite Thematisierung wurden nach folgendem systematischem Vorgehen (siehe Abbildung rechts) Bausteine für insgesamt vier Unterrichtseinheiten im Rahmen der linearen Algebra entwickelt.



### Bestimmung von Inhalten für die lineare Algebra

Mit Blick auf die genannten allgemeinen Ziele von Reflexionswissen mit bildungstheoretischem Schwerpunkt wurde untersucht, welche Charakteristika der Disziplin Mathematik und ihrer Anwendung im Rahmen der linearen Algebra thematisiert werden können. Hierfür wurden fachdidaktische

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Ausarbeitungen zu fundamentalen Ideen, explizite Charakterisierungen in schulischen und universitären Lehrbüchern, mathemathikhistorische Einordnungen der Algebra sowie Arbeiten zu typischen Denkhandlungen betrachtet. Nach diesen Analysen wurden Ausarbeitungen zu den folgenden Themen erstellt: Algorithmisierung am Beispiel des Gauß-Algorithmus, Formalisierung und analytische Methode in der analytischen Geometrie, Phasen des Modellierens ausgehend von Anwendungen von Übergangsmatrizen sowie Strukturorientierung und Argumentieren im Rahmen der Einführung komplexer Zahlen. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte zur Erarbeitung von Unterrichtsbausteinen anhand des Themas Algorithmus exemplifiziert.

### **Reflexionshandlungen für einen bestimmten Inhalt**

Der Gauß-Algorithmus stellt für die Lernenden in der Sek. II kein Mittel dar, um bisher unlösbare Probleme bearbeiten zu können, da sie lineare Gleichungssysteme bereits etwa mit dem Einsetzungsverfahren lösen können. Das wesentlich Neue an diesem Gegenstand ist die algorithmische Formulierung, durch die zum einen eine Lösungsgarantie gegeben ist, zum anderen aber auch durch die präzise und klar determinierte Festlegung der einzelnen Schritte eine Implementierung auf Computern möglich wird.

Wenn, wie hier vorgeschlagen, der Algorithmusbegriff ins Zentrum der Unterrichtseinheit gestellt wird, so kann nicht nur dieser Vorteil klar herausgearbeitet werden, sondern es können auch Reflexionen über den Algorithmus als ein Charakteristikum mathematischen Arbeitens, sowie Vor- und Nachteile algorithmischer Formulierungen, auch bezogen auf außermathematische Probleme, angeregt werden. Unter Verwendung der Begrifflichkeiten komplexer Denkhandlungen (Kossakowski & Lompscher, 1977) werden dabei unter anderen die beiden folgenden Reflexionshandlungen als Ziele der Unterrichtseinheit angegeben:

- Eigenschaften eines Algorithmus konkreten Verfahrensweisen zuordnen können bzw. dagegen abgrenzen
- Entscheiden können, inwiefern ein algorithmisches Vorgehen einem Problem gerecht wird oder werden kann

### **Reflexionswissen für verschiedene Orientierungstypen**

Die Lernenden können unterschiedliche Orientierungsgrundlagen in Hinblick auf Anforderungen entwickeln, in denen die genannten Reflexionshandlungen verlangt sind. Diese Orientierungsgrundlagen bilden sich abhängig von den dabei herangezogenen Kenntnissen aus. Ohne fundierte Kenntnisse in Bezug auf den Algorithmusbegriff würden Lernende etwa

bei der Frage, ob sie bei der Suche nach einem passenden Partner auf einen Algorithmus vertrauen würden, eine sogenannte Probieorientierung ausbilden, in der sie probeweise bestimmte Merkmale, die sie mit Algorithmen in ihrer Alltagsvorstellung in Verbindung bringen, heranziehen, um eine Entscheidung zu treffen. Dabei kann eventuell eine gute Argumentation entstehen, häufiger beziehen sie sich aber vermutlich nur auf äußerliche oder unpassende Merkmale. Die *Kenntnis von beispielhaften Algorithmen und deren besonderen Eigenschaften*, sowie möglicher *beispielhafter kritischer Fragen und Aspekte* zu einer algorithmischen Umsetzung ermöglicht es Lernenden dagegen im Vergleich mit den ihnen bekannten Beispielen, auf Basis einer sogenannten Musterorientierung eine Entscheidung zu treffen. Dies gelingt zumindest solange, wie die bekannten Beispiele und die dabei betrachteten kritischen Aspekte dem Problem der Partnersuche nicht zu unähnlich sind. Sind den Lernenden dagegen der abstrakte *Begriff des Algorithmus*, seine *charakterisierenden Eigenschaften* und *damit in Verbindung stehende Prinzipien* wie *Automatisierung* bekannt, können sie auf der Basis einer sogenannten Feldorientierung selbständig diese abstrakten Eigenschaften und kritischen Aspekte auf das Problem, die Partnersuche algorithmisch zu beschreiben, übertragen, um zu einer Entscheidung zu kommen. Bei einer solchen Entscheidungsfrage gibt es allerdings keine sachlich unumstrittene korrekte Antwort. Auf der Basis einer sogenannten Problemorientierung (Schmitt, 2013) beziehen Lernende ihre Entscheidung bewusst auf eigene Wertvorstellungen und können sie so mit anderen möglichen Positionen in Beziehung setzen. Für eine solche eigene Positionierung ist die *Kenntnis gesellschaftlich vertretener kritischer Positionierungen zu Auswirkungen, Möglichkeiten und Grenzen von Algorithmen* hilfreich.

### Unterrichtliche Vermittlung des Reflexionswissens

Die für die Vermittlung der genannten Kenntnisse erarbeiteten Unterrichtsbausteine orientieren sich an einer Rezeption der sogenannten Lehrstrategie des Aufsteigens vom Abstrakten zum Konkreten nach Dawydow (Giest & Lompscher, 2006, S. 220ff). Dabei wird gemeinsam mit den Lernenden bereits zu Beginn des Lernprozesses eine möglichst weittragende Zielorientierung entwickelt. In diesem Fall kann die Einheit zum Gauß-Algorithmus etwa mit der Betrachtung einiger Zeitungsartikel zum Thema des Algorithmus eingeleitet werden. Diese sind auf Grund der aktuellen Bedeutung der Thematik zahlreich, die Überschriften fragen etwa nach der Macht der Algorithmen oder beruhigen, dass keine Angst vor Al-

Unterrichtliche Vermittlung des Reflexionswissens
Frühe Zielorientierung
Ausgangsabstraktum
Erste Konkretisierungen
Adaptiertes Lernprotokoll
Vertiefung und Problematisierung

gorithmen nötig sei. Davon ausgehend werden Vorstellungen der Lernenden über den Begriff zusammengestellt und diskutiert.

Bei der Erarbeitung des Gauß-Algorithmus wird nun genau dieser Aspekt, warum es sich um einen Algorithmus handelt, fokussiert und dabei das Ausgangsabstraktum erarbeitet, das eine abstrakte begriffliche Definition und eine ikonische Darstellung in Form eines Flussdiagramms enthält. Zur ersten Konkretisierung dieses Ausgangsabstraktums werden im weiteren Verlauf bekannte Verfahren aus der Sek. I aber auch die Beschreibung alltäglicher Abläufe in Hinblick auf den Algorithmusbegriff untersucht.

Um dem Problem zu begegnen, dass Reflexionswissen jenseits fachlicher Gegenstände von den Lernenden oft nicht als Lerninhalt wahrgenommen wird (Kröpfl, 2007, S. 283), wurde die Methode des Lernprotokolls (Bruder, 2007) für Inhalte des Reflexionswissens adaptiert. Dabei werden Lernzieltransparenz und ein erstes Grundverständnis durch Fragen nach dem Ziel der Einheit, Aufgaben zum Identifizieren und Realisieren der zentralen Begriffe sowie Fragen nach Sinn- und Sachbezügen sichergestellt.

Eine Vertiefung des Begriffs kann anschließend durch eine nun begrifflich fundierte, ausführlichere Diskussion der Zeitungsartikel, einen Vergleich unterschiedlicher Motive der Algorithmisierung in verschiedenen historischen Kontexten oder den Vergleich von scheinbar widersprüchlichen Einschätzungen der Bedeutung des Gauß-Algorithmus in Schulbüchern (vgl. Schmitt, 2012) vorgenommen werden.

## Literatur

- Bruder, R. (2007). Lerngelegenheiten für Reflexionen im Mathematikunterricht. In A. B.-A. Andrea Peter-Koop (Hrsg.), *Mathematische Bildung - Mathematische Leistung* (S. 305–316). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Fischer, R. (2001): Höhere Allgemeinbildung. URL: <http://imst3plus.uniklu.ac.at/materialien/2001/fischer190901.pdf> [Stand: 08.03.2016].
- Giest, H. & Lompscher, J. (2006). *Lerntätigkeit - Lernen aus kultur-historischer Perspektive*. Berlin: Lehmanns Media.
- Kröpfl, B. (2007). Höhere mathematische Allgemeinbildung am Beispiel von Funktionen. München, Wien: Profil Verlag.
- Schmitt, O. (2012). Grundwissen als Voraussetzung für Reflexionen – am Beispiel des Gaußalgorithmus. In (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. ). Münster: WTM.
- Schmitt, O. (2013). Tätigkeitstheoretischer Zugang zu Grundwissen und Grundkönnen. In G. Greefrath, F. Käpnick & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 894–897). Münster: WTM.
- Skovsmose, O. (1994): Towards a critical Mathematics Education. In: *Educational Studies in Mathematics*, 27, 35-57.