

Nicolai VON SCHROEDERS, FAU Erlangen-Nürnberg

Abhängigkeiten zwischen typischen Fehlern bei einer Rechenschwäche in der Mitte des 2. Schuljahres

Im Jahr 2011 haben Schipper und Wartha am Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld die computergestützte Diagnostik BIRTE 2 entwickelt und veröffentlicht. Basierend auf der Normierungsstichprobe dieser Diagnostik wird untersucht, ob sich zwischen den Fehleingaben und den sich daraus abzuleitenden Fehlertypen bzw. Fehlstrategien (kurz Fehler) Abhängigkeiten erkennen lassen. Diese spezifischen Fehler sind Indikatoren für Hauptsymptome einer sich entwickelnden Rechenschwäche (SCHIPPER et. al., 2011). Im Hinblick auf eine detailliertere Diagnose einer Rechenschwäche ist nun der Ausgangspunkt die Kodierung und Zuordnung von spezifischen Fehlern und nicht mehr allein die Identifizierung von richtigen und falschen Lösungen. Es gilt also, zu Beginn das qualitative Merkmal Rechenschwäche zu operationalisieren und mit Hilfe einer Latent Class Analyse Gruppen mit annähernd gleichem Antwortverhalten zu identifizieren. Der Zusammenhang zwischen diesen Gruppen zeigt die Abhängigkeiten zwischen den Fehlertypen auf.

1. Ergebnisanalyse und Aufgabenauswahl

In einem ersten Schritt werden die Eingaben zu 145 Aufgaben aus 13 Modulen, die die arithmetische Kompetenz in der Mitte des 2. Schuljahres messen, von über 2000 SchülerInnen hinsichtlich spezifischer Fehleingaben, die sich unter anderem Zählfehlern, Zahlendrehern oder Ziffernstrategiefehlern zuordnen lassen, analysiert.

56	Zahlendreher im 1. und 2. Summanden (B), $z1e1 + e1$ Fehler (I)
57	ziffernweise $z1 + z2$ und $e1$ oder $e2$ (I), Zahlendreher im Ergebnis (B)
57	unvollständige Operation (H), Zahlendreher im Ergebnis (B)
58	Hilfsaufgabe runde auf vollen Zehner (H), Zahlendreher im Ergebnis (B)
67	ziffernweise $z1 + z2$ und $e1$ oder $e2$ (I), Zahlendreher im Ergebnis (B)
68	Zahlendreher im 2. Summanden (B), $z2e2 + e2$ Fehler (I)
68	Zahlendreher im 1. und 2. Summanden (B), $z2e2 + e2$ Fehler (I)
83	Zahlendreher im 1. Summanden (B), Kippfehler bei Hilfsaufgabe runde ab auf vollen Zehner (G)
85	Zahlendreher im 2. Summanden (B), Hilfsaufgabe runde ab auf vollen Zehner (H)
90	Zahlendreher im 2. Summanden (B), $-10 + 1$ Fehler (D)
93	Zahlendreher im 1. Summanden (B), ziffernweise $z1 + z2$ und $e1$ oder $e2$ (I)

Abb. 1: Auszug möglicher Kombinationsfehler für die Aufgaben 35+46

Als Grundlage der weiteren Analyse dient eine Datenbasis aus allen möglichen Fehleingaben der zugehörigen Aufgaben. Die Fehleingaben werden automatisiert generiert und auch die Kombinationen von zwei Fehlertypen werden zugelassen. Für zum Beispiel die Additionsaufgabe $35 + 46$ (siehe Abb. 1) ergeben sich dadurch theoretisch 48 mögliche Fehleingaben. Die Fehleingaben lassen sich dabei in direkte Fehler – bestehend aus genau ei-

nem Fehlertyp - und kombinierte Fehler unterscheiden. Ein Abgleich der theoretisch möglichen und der eingegebenen Werte aus der Normierungsstichprobe zeigt, welchen Anteil an den Eingaben die direkten Fehler haben und mit welchem Vielfachen (Vergrößerungsfaktor) sich dieser Anteil verändert, wenn zusätzlich noch die kombinierten Fehler betrachtet werden (siehe Abb. 2).

	16+8 ZE+E mit ZÜ RA01	33+9 ZE+E mit ZÜ RA03	51+28 ZE+ZE ohne ZÜ RA06	53+17 ZE+ZE=Z RA09	35+46 ZE+ZE mit ZÜ RA10
Zahlendreher (direkt)	1,17%	2,99%	1,17%	0,05%	0,70%
Zahlendreher (komb.)	2,52%	4,11%	5,69%	7,16%	6,87%
Vergrößerungsfaktor	2,2	1,4	4,9	143,2	9,8
Zählfehler (direkt)	4,52%	7,10%	4,11%	10,80%	12,62%
Zählfehler (komb.)	6,75%	8,51%	5,69%	14,21%	19,90%
Vergrößerungsfaktor	1,5	1,2	1,4	1,3	1,6
Ziffernstrategiefehler (direkt)	4,05%	1,99%	3,93%	9,68%	10,45%
Ziffernstrategiefehler (komb.)	6,63%	6,04%	9,04%	14,38%	13,85%
Vergrößerungsfaktor	1,6	3,0	2,3	1,5	1,3

Abb. 2: Eingabeanalyse einiger Additionsaufgaben

Es fällt auf, dass die direkten Fehler, wenn diese tatsächlich so zustanden gekommen und nicht aus einer Kombination anderer Fehlertypen entstanden sind, mit nur einem geringen Anteil in den Eingaben vorhanden sind. Zählfehler und Ziffernstrategiefehler tauchen dabei deutlich häufiger auf als Zahlendreher, weil es für diese Art von Fehlern auch mehr Varianten gibt. Eine Aufgabe mit einem großen Anteil direkter Fehler und einem kleinen Vergrößerungsfaktor, deutet darauf hin, dass diese Aufgabe SchülerInnen mit einer Tendenz zu einer Rechenschwäche auch dazu verleitet, einen spezifischen Fehler oder eine Fehlstrategie einzugeben.

2. Latent Class Analyse und Ausprägungen der Fehlertypen

Eine Latent Class Analyse (LCA, vgl. ROST, 2004) für z.B. ausgewählte Additionsaufgaben mit einem Fokus auf Zahlendreher liefert ein Ergebnis mit insgesamt 4 Gruppen, die hinsichtlich der Lösung der Aufgaben unterschiedliche Muster aufweisen.

Aufg. 1: 16 + 4	Aufg. 3: 33 + 9	Aufg. 6: 51 + 28	Aufg.10: 35 + 46
k. ZD ZD	k. ZD ZD	k. ZD ZD	k. ZD ZD
ZD1: 0.9299 0.0701	ZD1: 0.9242 0.0758	ZD1: 0.7341 0.2659	ZD1: 0.6823 0.3177
ZD2: 0.7495 0.2505	ZD2: 0.8797 0.1203	ZD2: 0.0001 0.9999	ZD2: 0.0000 1.0000
ZD3: 0.9888 0.0112	ZD3: 0.9759 0.0241	ZD3: 0.9885 0.0115	ZD3: 0.9795 0.0205
ZD4: 0.3239 0.6761	ZD4: 0.0000 1.0000	ZD4: 0.5126 0.4874	ZD4: 0.8669 0.1331
ZD1: 9,95%	ZD2: 0,46%	ZD3: 88,72%	ZD4: 0,87%

Abb. 3: Auszug einer Zahlendreher-LCA zur Addition, 1728 Datensätze, 4 von 8 Aufgaben

Es wird deutlich, dass die vierte Gruppe (ZD4) mit einem Anteil von 0,87% an der gesamten Stichprobe eine starke Tendenz aufweist, sowohl bei der Aufgabe 1 als auch bei der Aufgabe 3 einen Zahlendreher zu erzeugen.

gen. Wird ein Blick in die Auswertungsergebnisse der Normierungsstichprobe geworfen, zeigt sich, dass diese Gruppe vor allem Zahlendreher gepaart mit einem Zählfehler (Kombinationsfehler) produzieren. Die zweite Gruppe (ZD2), die Schwierigkeiten mit der Aufgabe 6 und 10 aufweisen, hingegen tendiert zu einem direkten Zahlendreher.

Bei einer LCA mit denselben Aufgaben aber unter Berücksichtigung einer Zählfehlerproblematik ergibt sich folgendes Bild.

Aufg. 1: 16 + 4		Aufg. 3: 33 + 9		Aufg. 6: 51 + 28		Aufg. 10: 35 + 46	
k. ZF	ZF	k. ZF	ZF	k. ZF	ZF	k. ZF	ZF
ZF1: 0.8885	0.1115	ZF1: 0.8659	0.1341	ZF1: 0.9193	0.0807	ZF1: 0.9193	0.0807
ZF2: 0.9970	0.0030	ZF2: 0.9720	0.0280	ZF2: 0.9999	0.0001	ZF2: 0.9058	0.0942
ZF3: 0.9475	0.0525	ZF3: 0.7967	0.2033	ZF3: 0.0003	0.9997	ZF3: 0.8339	0.1661
ZF4: 0.8747	0.1253	ZF4: 0.9098	0.0902	ZF4: 0.9448	0.0552	ZF4: 0.2072	0.7928

ZF1: 29,57%	ZF2: 54,28%	ZF3: 2,43%	ZF4: 13,72%
-------------	-------------	------------	-------------

Abb. 4: Auszug einer Zählfehler-LCA zur Addition, 1728 Datensätze, 4 von 8 Aufgaben

Die Gruppe ZF3 zeigt deutliche Schwierigkeiten bei der Aufgabe 51+28, während die vierte Gruppe vor allem die Aufgabe 35+46 (ZE+ZE mit Zehnerübergang) mit einem Zählfehler zu lösen scheint. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass vielleicht auch die dritte Gruppe mit der Aufgabe 10 Probleme haben könnte, diese sich aber nicht mehr so zählfehlerspezifisch zeigen, weil die Aufgabe 10 relativ spät in der Sequenz der Aufgaben auftritt und damit vor allem der Anteil unspezifischer Lösungen, das sind Lösungen die keinem besonderem Fehlertyp zuzuordnen sind, zunimmt.

3. Abhängigkeiten zwischen den Fehlern

Interessant ist nun die Frage, wo sich die Mitglieder der Gruppen aus der Zahlendreher-LCA in den Gruppen der Zählfehler-LCA wiederfinden.

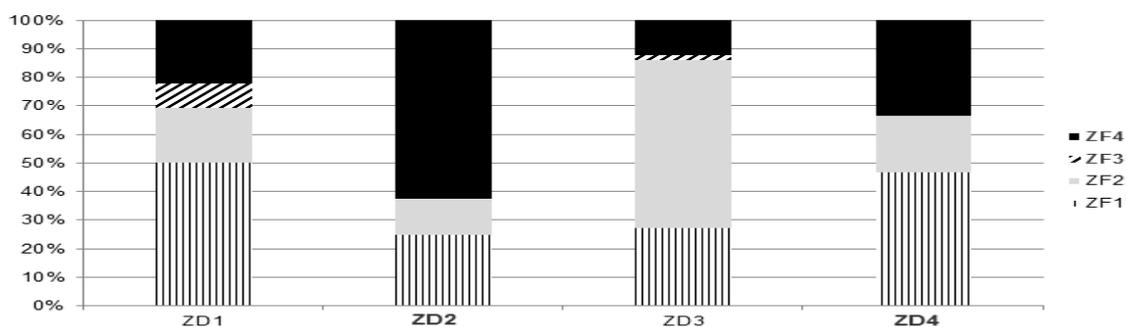


Abb. 5: Verteilung der einzelnen ZF-Gruppen auf die ZD-Gruppen

Es zeigt sich, dass die SchülerInnen aus der ZD2-Gruppe, die die Zahlendreher nicht in Kombination mit Zählfehlern macht, zu 62,5% auch zur ZF4-Gruppe gehören, die einen Zählfehler bei der Aufgabe 35+46 generiert. Die ZD4-Gruppe, die schon dadurch aufgefallen ist, dass sie tendenziell einen Zahlendreher in Kombination mit einem Zählfehler eingibt, ge-

hört zu 33,33% auch zur ZF4-Gruppe. Auffällig ist für beide Gruppen, dass kein Vertreter – zumindest für diese Aufgabenauswahl – auch in der Gruppe ZF3 vertreten sind.

Deutlich wird, dass alle Vertreter der Fallgruppen, die sich aus der Zahlendreher-LCA ergeben, sich auch in den verschiedenen Gruppen aus der Zählfehler-LCA wiederfinden. Dies stützt eine erste These, dass eine Zahlendreherproblematik nicht zwangsweise mit einer Zählfehlerproblematik einhergehen muss.

Interessant ist aber auch, wie sich Vertreter einer LCA-Fallgruppenanalyse für Subtraktionsaufgaben (ZF-S) in der von Additionsaufgaben (ZF-A) – beide Analysen unter Berücksichtigung einer Zählfehlerproblematik – wiederfinden.

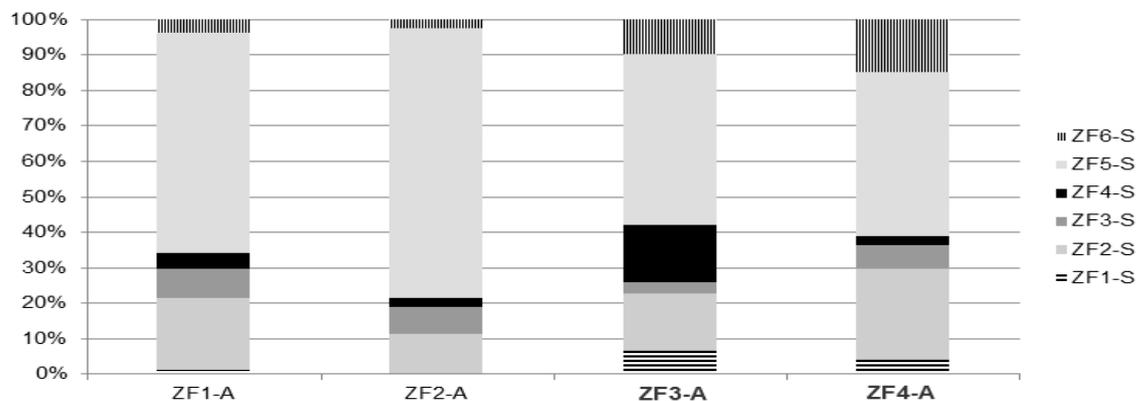


Abb. 6: Verteilung der einzelnen ZF-Subtraktions-Gruppen auf die ZF-Additions-Gruppen

Nicht nur, dass sich bei einer LCA-Analyse sechs Gruppen mit unterschiedlichem Antwortverhalten herauskristallisieren – dabei sind die auffälligen Gruppen (ZF1-S, ZF4-S und ZF6-S) in schwarz und schwarzgestreift gekennzeichnet, deutlich wird, dass sowohl innerhalb der Gruppen (ZF3-A und ZF4-A), die schon bei der Addition Zählfehler eingeben, auch bei den unproblematischen Gruppen (ZF1-A und ZF2-A) ein gewisser Anteil (ca. 10% und 5%) zu den auffälligen Gruppen der Zählfehler-LCA für die Subtraktion gehören. Dieser geringe Anteil spiegelt sich dann wiederum umgekehrt in Anteilen von knapp über 40% in ZF1-S bis zu annähernd 80% in ZF4-S wieder. Damit kann auch eine zweite These formuliert werden, dass SchülerInnen, die bei der Addition noch keine bestimmten Symptome für einen Zählfehler zeigen, bei der Subtraktion aber auffällig werden können.

Literatur

Rost, J.(2004). *Lehrbuch Testtheorie und Testkonstruktion*. Bern: Huber.

Schipper, W., Wartha, S., von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2, Rechentest für das zweite Schuljahr, Handbuch zur Diagnostik*. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage.