

Esther Brunner, Kreuzlingen

Stefan UFER, Daniel SOMMERHOFF, München

Analyse und Förderung mathematischen Argumentierens: theoretische Grundlagen und empirische Erkenntnisse

Mathematisches Argumentieren in mehr oder weniger formaler, deduktiver oder symbolischer Form stellt für Lernende und Lehrende traditionell eine Herausforderung dar. Im Rahmen der Sektion wurden theoretische Analysen und empirische Studien zum Kompetenzbereich vorgestellt und diskutiert. Im Fokus standen dabei neben der Analyse von mathematischen Argumentationsprozessen, deren Voraussetzungen und Ergebnissen auch Ansätze zur Förderung von Argumentationskompetenz.

Im Rahmen der Sektion wurden insgesamt sieben Beiträge vorgestellt, die sich im methodischen Ansatz sowie den theoretischen Perspektiven deutlich voneinander unterscheiden. Zum Einen wurden Beiträge vorgestellt, die sich auf kognitive Prozesse der Beweiskonstruktion und Validierung sowie des Beweisenlernens bzw. einzelner Phasen davon beziehen und diese quantitativ untersuchen mit dem Ziel, prädiktive Modelle zu entwickeln. Zum Anderen wurde aus einer soziologisch-diskurstheoretischen Sicht Partizipation an Argumentationsprozessen qualitativ untersucht. Während sich einige der Beiträge auf den Kontext der Hochschule oder die Schnittstelle Schule – Hochschule bezogen, stand bei anderen das schulische Beweisen im Zentrum. Ein theoretischer Beitrag stellte Erklären als eine argumentative dialogische Handlung vor, die als „Erklären warum“ den invarianten Kern eines Gegenstands bzw. einer Beziehung klärt. Dieser invariante Kern wird durch systematisches Variieren erkundet. Dies weist eine Nähe zum im zweiten theoretischen Beitrag vorgestellten didaktischen Potenzial operativer Beweise auf, bei denen es darum geht, den invarianten Kern bzw. den allgemeingültigen Zusammenhang plausibel anschaulich zu machen.

In der Sektion ergab sich insbesondere eine vertiefte Diskussion zu übergreifende Fragen. Ausgehend von anfänglichen begrifflichen Missverständnissen war eine Frage, was als inhaltlicher Kern des Konzepts „mathematischer Beweis“ über die verschiedenen Schulstufen bis hin zur wissenschaftlichen Mathematik gesehen werden kann. Sowohl formalistische Auffassungen, die beispielsweise formale Repräsentationen als konstitutiv ansehen, als auch relativistische Sichtweisen, die eine Fassung des Beweisbegriffs allein dem sozialen Kontext (z.B. in einer Schulklasse) zuweisen, wurden eher kritisch gesehen. Davon ausgehend wurde diskutiert, inwiefern Kriterien wie deduktive Schlussformen, eine Einbettung in eine lokale Rahmentheorie und die Wahl einer adäquaten Repräsentation theoretisch

gefasst und zur Charakterisierung des Beweiskonzepts über Kontexte (und Altersstufen) hinweg herangezogen werden können. Die unterschiedlichen Kontexte, in denen die empirischen Beiträge der Sektion verortet sind, warfen zudem die Frage auf, inwiefern Forschungsergebnisse zwischen einzelnen Kontexten übertragbar sind. Insbesondere wurde die Notwendigkeit von Replikationen, beispielsweise durch Multi-Lab-Studies, diskutiert.

Wesentlich war darüber hinaus die Frage, inwiefern die verschiedenen methodischen und theoretischen Perspektiven (soziologisch, philosophisch, psychologisch) fruchtbar kombiniert werden können. Alle Arbeiten fokussieren prinzipiell denselben Phänomen- und Problembereich und können somit auf der Ebene der abgeleiteten Folgerungen für diese Problembereiche sicher gemeinsam diskutiert werden. Dennoch konnte in der Diskussion noch nicht abschließend geklärt werden, wie welche Ansätze zum Aufbau einer übergreifenden didaktischen Theorie des mathematischen Argumentierens und seiner Förderung kombiniert werden können. Unterschiedliche Sichtweisen hingegen zeigen sich in der Definition eines Beweises und der Frage, was einen Beweis konstituiert sowie in der Bewertung von Formalem und formal-symbolischer Notation. In einem Beitrag wurde explizit in Form und Inhalt getrennt, auch wenn Wechselwirkungen attestiert wurden, in anderen hingegen wurde die Notation im Sinne einer Repräsentation des kognitiven Prozesses interpretiert, der somit ein anders akzentuiertes Denken zugrunde liegt.

Eine fruchtbare Weiterarbeit würde darin bestehen, in Publikationen nicht nur forschungsmethodologische Zugänge offen zu legen, sondern ebenso sehr die theoretische Perspektive aus der heraus man einen Blick auf mathematische Argumentationsprozesse wirft, welche Bezugsdisziplinen man heranzieht und welche Zielsetzungen und Implikationen vorliegen.

Sektionsvorträge

Brunner, E.: Beweistypen: Ihre unterschiedlichen kognitiven Anforderungen und ihr unterschiedliches didaktisches Potential.

Grundey, S.: „Condition of transparency“ – ein theoretisches Modell zur Einsicht in eigenständige Beweisprozesse von Lernenden.

Kempen, L.: Beweisakzeptanz bei Studienanfängern: Eine empirische Untersuchung.

Knipping, C. & Cramer, J.: Partizipation An Argumentation.

Müller-Hill, E.: Warum „immer“ so – und nicht anders? Erklären(-warum) im Mathematikunterricht mittels operativer Invarianz entlang kontrastiver Leitfragen.

Ottinger, S., Ufer, S., & Kollar, I.: Mathematisches Argumentieren und Beweisen in der Studieneingangsphase – Analyse inhaltlicher und formaler Qualitätsindikatoren.

Sommerhoff, D., Ufer, S., & Kollar, I.: Validieren von Beweisen – Probleme von Studierenden und die Rolle von mathematischen und übergreifenden Voraussetzungen.