Mareike BEST, Angelika BIKNER-AHSBAHS, Universität Bremen

„From past to future" – wie der Vorunterricht das Lernen beschränkt.

Die Creative Unit „Fachbezogene Bildungsprozesse in Transformation" (FaBiT)[1] ist ein interdisziplinärer Verbund von FachdidaktikerInnen, der Wandel im Fachunterricht mittels Design-Based Research untersucht. Das Mathematikprojekt (vgl. Bikner-Ahsbahs, Thode & Best, 2015) in diesem Verbund erforscht, wie Wandel des Funktionskonzepts in der Einführungsphase der Oberstufe (E-Phase) gestaltet werden kann. Methodologische Basis für dieses Projekt ist das Bremer Modell zum Design-Based Research, eine Variante des Dortmunder Modells (Prediger et al., 2012). Das Bremer Modell greift fünf Kernbereiche auf (Peters & Róviro, 2016). Ausgangspunkt für den Designprozess ist ein *Handlungsdruck*, dem eine Klärung des *Designkontextes* folgt, d.h. der Lernbedingungen und des entsprechenden Fachdiskurses. Die Designzyklen bestehen aus drei Schritten: Restrukturierung des *Designgegenstandes*, zu dem der Lerngegenstand gehört und der Gegenstand, an dem gelernt wird; das ist die Basis für eine Revision der *Designkonzeption* und die Entwicklung von Hypothesen, Designprinzipien oder auch hypothetischen Lernpfaden, die in der *Designerprobung* empirisch geprüft werden. Wir gehen davon aus, dass *Theoriekonstruktion* in jedem der Schritte mitgedacht wird. Nach einer gewissen Sättigung sollte es gelingen, einen Theoriebaustein empirisch begründet zu extrahieren und ein typisches Referenzdesign zu definieren. Dieser Prozess wird in ein System von Institutionsschichten eingebettet, die den Wandel prinzipiell beschränken und deshalb mitgedacht werden müssen. Institutionelle Beschränkungen können mithilfe von Praxeologien (Bosch & Gascón 2014) beschrieben werden. Diese sind gekennzeichnet durch typische *Aufgaben* und *Techniken* der Bearbeitung der Aufgaben sowie durch diskursive Bestandteile: die *Technologie* begründet die Technik und die *Theorie* ist die zugrunde liegende Philosophie der Technologie.

Lernende kommen mit einem äußerst fragmentierten Funktionsverständnis in die E-Phase. Entwickelt werden soll ein Design, das diese Fragmentierung überwindet: Angestrebt wird, den *Umgang mit Funktionen zu flexibilisieren.* Aufgrund der sehr heterogenen Schülerschaft sind diese Prozesse jedoch kaum vorhersehbar. Deshalb wird in dem Designprozess die Frage untersucht, welche Bedingungen diesen Prozess fördern oder behindern. Flexibilität meint: „Ability to shift flexibly across different perspectives" (Ellis 2011, S. 226). Als Perspektiven betrachten wir Diagramme, Parameter und Variablen, Funktionen und ihre Aspekte, Kontexte. Potenzial für

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

eine solche Flexibilisierung enthalten Formeln für Flächeninhalte oder Volumina, etwa das Kegelvolumen. Letzteres beschreibt in Abhängigkeit von der Höhe bei konstantem Radius einen linearen Zusammenhang. In diesem Fall ist der Radius ein Parameter und die Höhe die Funktionsvariable. Ist der Radius die Variable und die Höhe ein Parameter, dann wird der Zusammenhang quadratisch. Zugleich ändern sich die Variablenaspekte: Bereichsaspekt und Einzelaspekt tauschen ihre Rollen im Term.

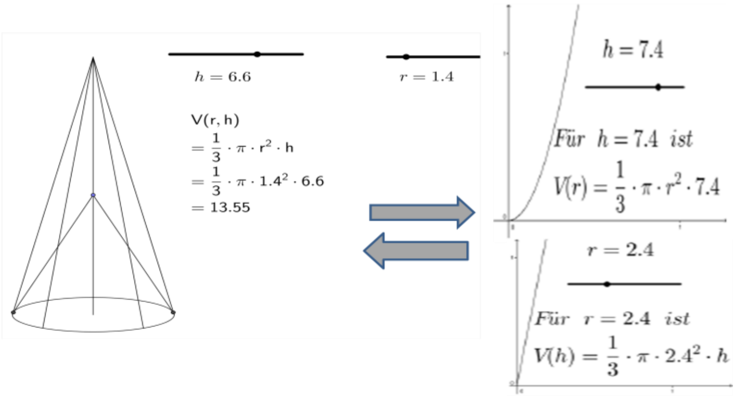
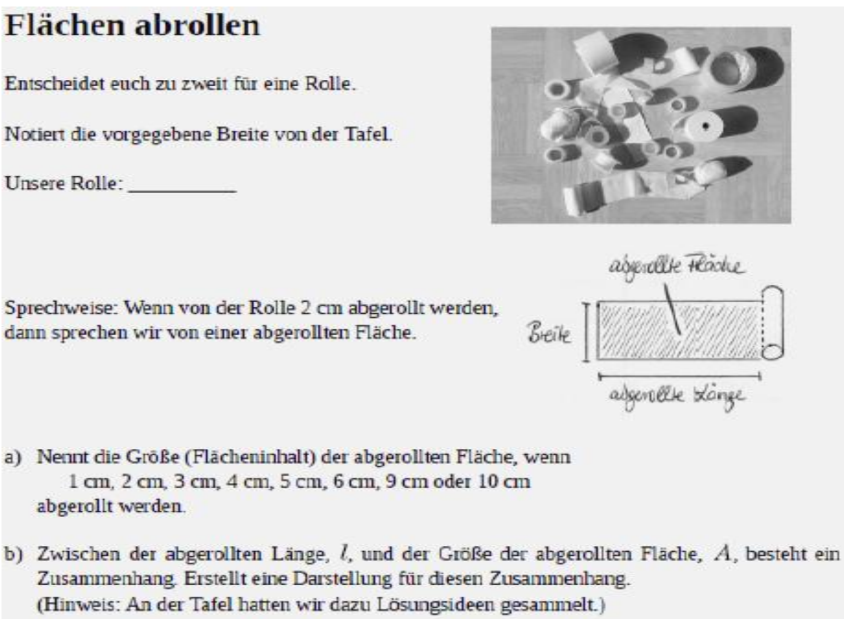


Abb.1: Formel und Funktionen

Als Einführungsdesign erwies sich die Formel des Kegelvolumens in den Designexperimenten als viel zu komplex. Deshalb wurde die Flächeninhaltsberechnung von Rechtecken für das Klassenexperiment in der E-Phase verwendet. Gemäß dem Conceptual blending (Fauconnier & Turner 2003) wurden Role-ups wie z.B. Kleberollen als materielle Repräsentationen genutzt, um variable Flächeninhalte zu illustrieren und einen flexiblen Gebrauch von Funktionen zu praktizieren. Sie dienten als generische, reale Modelle für die funktionale Interpretation der Formel zum Flächeninhalt.

Designerprobung



Flächen abrollen

Entscheidet euch zu zweit für eine Rolle.

Notiert die vorgegebene Breite von der Tafel.

Unsere Rolle: __________

Sprechweise: Wenn von der Rolle 2 cm abgerollt werden, dann sprechen wir von einer abgerollten Fläche.

a) Nennt die Größe (Flächeninhalt) der abgerollten Fläche, wenn 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 9 cm oder 10 cm abgerollt werden.

b) Zwischen der abgerollten Länge, l, und der Größe der abgerollten Fläche, A, besteht ein Zusammenhang. Erstellt eine Darstellung für diesen Zusammenhang. (Hinweis: An der Tafel hatten wir dazu Lösungsideen gesammelt.)

Abb. 2: Arbeitsblatt

Das obige Arbeitsblatt wurde zu Beginn der E-Phase eingesetzt. Eine gemeinsame Sammelphase an der Tafel stellte mögliche Formeln und Darstellungsformen (Wertetabelle, Graph, Skizzen, Formeln) bereit. Die anschließende schriftliche Bearbeitung führte zu folgenden Ergebnissen.

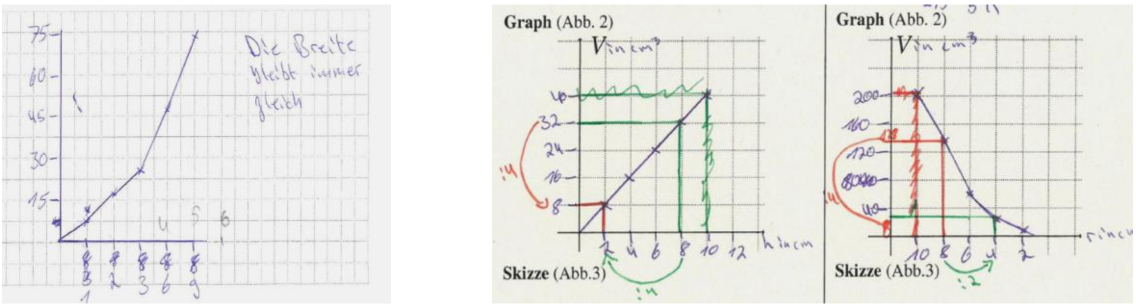
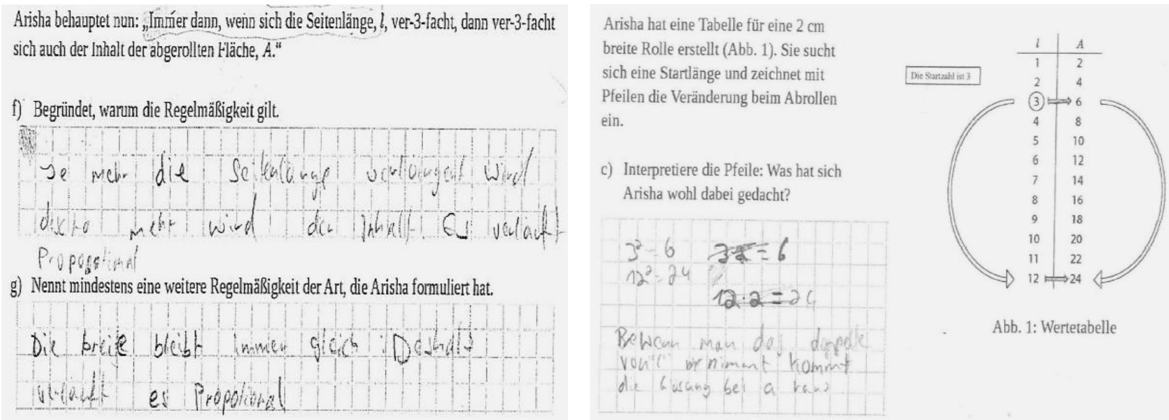


Abb. 3 Zur Rekonstruktion von Techniken

Die *Aufgabe* „Graphen darstellen" illustriert, welche *Techniken* Lernende aus der Sekundarstufe mitbringen: Die äquidistante Skalierung wird zunächst konstant und dann nicht äquidistant beschriftet. Punkte werden geradlinig verbunden, auch bei quadratischen Zusammenhängen. Konventionen in der Verwendung von Koordinatensystemen werden nicht befolgt. Die Zahlen werden wie in der Aufgabe vorgegeben übergetragen, zunächst nur die gewählte Zahl 8 (cm), dann die vorgegebenen in der gegebenen Reihenfolge. Es scheint als gäbe es folgende Technologie/Theorie: *Was ich tun soll, zeigt die Lehrkraft mit den angegebenen Zahlen an, deshalb kann man die Zahlen einfach übertragen (im Sine von woanders hinschreiben).*


Arisha behauptet nun: „Immer dann, wenn sich die Seitenlänge, *l*, ver-3-facht, dann ver-3-facht sich auch der Inhalt der abgerollten Fläche, *A*."

f) Begründet, warum die Regelmäßigkeit gilt.

Je mehr die Seitenlänge vergrößert wird desto mehr wird der Inhalt (A) verläuft Proportional

g) Nennt mindestens eine weitere Regelmäßigkeit der Art, die Arisha formuliert hat.

Die breite bleibt immer gleich. Deshalb verläuft es Proportional

Arisha hat eine Tabelle für eine 2 cm breite Rolle erstellt (Abb. 1). Sie sucht sich eine Startlänge und zeichnet mit Pfeilen die Veränderung beim Abrollen ein.

c) Interpretiere die Pfeile: Was hat sich Arisha wohl dabei gedacht?

Die Startzahl ist 3

l	*A*
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18
10	20
11	22
12	24

Abb. 1: Wertetabelle

Abb. 4 Zur Rekonstruktion von Technologien

Der gleiche Schüler bearbeitet die obigen Aufgaben, die den Umgang mit Begründungen und Regelmäßigkeiten als Grundlage für die *Technologie* und die *Theorie* prüft. *Je mehr … desto mehr …* wird mit der Eigenschaft *proportional* verbunden. Die Aufgabe g) wird nicht beantwortet, d.h. ähnliche Regelmäßigkeiten werden hier nicht angegeben. Stattdessen wird ergänzt, dass die Breite konstant bleibt, ein wichtiger Aspekt für die hier vorliegende Proportionalität, aber keine Antwort auf die Aufgabe. Der gleiche

Schüler lässt die Interpretation der Kovariation (Abb.4, rechts) aus, beschreibt nur die Pfeile zur Zuordnung als *Ablesen der Wertetabelle*. Er aktiviert also gewohnte, nicht zur Frage passende Deutungsmuster.

Die Lösungen der Aufgaben legen die Vermutung nahe, dass dieser Schüler singuläre, gewohnte Bestandteile aktiviert und bearbeitet, zuweilen auch unpassend. Begründungen und Muster scheinen sich der Maxime „ein Bestandteil genügt“ unterzuordnen und nicht vollumfänglich zur Technologie zu gehören. Wir erhalten individuelle Spuren von Praxeologien (preaxeologische Equipments), die vermischt mit individuellen Erfahrungen und Sichtweisen als Gewohnheit aus der Sekundarstufe 1 mitgebracht werden. Dieser Befund passt zu einer Rekonstruktion aus den Zuliefererschulen: Die betreffende Lehrerin unterrichtet nach der Maxime, *wenn du Konzepte lehrst, dann lehre seine Teile und vereinfache so weit wie möglich.* Es entstehen sich spiegelnde *praxeologische Equipments* von Schüler und Lehrkraft, die den angelegten Wandel in der E-Phase beschränken.

Wenn Flexibilisierung bei Lernenden erzielt werden soll, dann müssen neue Lehrkraft und Lernende ihre praxeologischen Hindernisse überwinden und eine gemeinsame, neue Praxeologie aufbauen.

[1] Creative Unit (www.uni-bremen.de/cu-fabit), gefördert von der Exzellenzinititive des BMBF

Literatur

Bikner-Ahsbahs, A., Thode, D. & Best, M. (2015). Funktionsverständnis im Übergang zur Sekundarstufe II. *Beiträge für den Mathematikunterricht*, Vortrag auf der Jahrestagung 2015 in Basel, Schweiz.

Bosch, M. & Gacòn, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). In A. Bikner-Ahsbahs, und S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 67-83), Advances in Mathematics Education. New York: Springer.

Ellis, A. (2011). Algebra in the Middle-School: Developing Functional Relationships Through Quantitative Reasoning. In Jinfa Cai und Eric Knuth (Eds.), *Early Algebraization. A Dialogue from multiple perspectives* (pp. 215—238), Advances in Mathematic Education. New York: Springer

Fauconnier, G. & Tuner, M. (2003). Conceptual Blending, Form and Meaning. *Recherches en communication* Nr. 19 (n.p.). Retrieved 01.07.2015 from: http://tecfa.unige.ch/tecfa/maltt/cofor-1/textes/Fauconnier-Turner03.pdf.

Peters, M. & Róviro, B. (2016, im Druck). Introduction and Methodology. In Sabine Doff und Regine Komoss (Hrsg.). H*ow does change happen? Wandel im Fachunterricht analysieren und gestalten*. NewYork, Berlin, Heidelberg: Springer.

Prediger, S. , Link., M., Hinz, R., Hussmann, & S., Ralle, B. & Thiele, J. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen. *MNU* 65/8 (pp. 452–457). Neuss: Verlag Klaus Seeberger.