

Stephanie WESKAMP, Essen

## **Design einer Lernumgebung für differenzierenden Mathematikunterricht der Grundschule und Erforschung diesbzgl. Bearbeitungsprozesse**

### **1. Design Research in der Mathematikdidaktik**

In den vergangenen Jahren sind in der Literatur verschiedene Forschungsansätze zur Verknüpfung von Theorie und Praxis diskutiert worden (vgl. z. B. Wittmann 1992; TDBRC 2003; Prediger et al. 2012). Wittmann (1992) beschreibt die Erforschung und Entwicklung von Lernangeboten zum Lehren und Lernen von Mathematik zur Verbesserung des Unterrichts als zentrales Aufgabenfeld der Mathematikdidaktik (vgl. ebd., S. 56). In diesem Zusammenhang werden substanzielle Lernumgebungen als charakteristische Form der empirischen Unterrichtsforschung genannt (vgl. Wittmann 1998, S. 337 ff.). Dadurch werden zum einen Erkenntnisse über Lehr- und Lernprozesse im Rahmen der eingesetzten Lernumgebungen gewonnen, zum anderen können diese selbst weiterentwickelt werden, um diesbzgl. Unterrichtsprozesse noch wirksamer gestalten zu können (vgl. ebd., S. 339). Die Praxisorientierung meint dabei keinesfalls eine Reduzierung auf die unmittelbare Anwendbarkeit, sondern die Berücksichtigung des Spannungsfelds Theorie-Praxis, d. h. die Konstruktion und Erforschung soll, im Sinne der Mathematikdidaktik als „Design Science“, mit entsprechenden Theoriegerüsten erfolgen (vgl. Wittmann 1992, S. 62).

Neben dem Begriff „Design Science“ existieren zur Beschreibung der Verknüpfung von Forschung und Design von Lernangeboten international verschiedene konzeptionelle und begriffliche Ausschärfungen, die z. T. synonym verwendet werden (z. B. Design Experiments, Design Research, Design-Based Research, Research-Based Design). Obwohl die Ansätze unterschiedliche Schwerpunktsetzungen aufweisen und nicht von *dem* Ansatz gesprochen werden kann, wird von einer Gruppe verwandter Forschungsansätze ausgegangen (vgl. Link 2012, S. 101 f.; Prediger et al. 2012, S. 452). Als gemeinsame zentrale Merkmale werden Interventionen in realen Situationen, ein iterativer Forschungsprozess, Nutzungs- und Prozessorientierung bzgl. der Interventionen sowie Theorieorientierung (theoriebasiert und theorieentwickelnd) genannt (vgl. van den Akker et al. 2006, S. 3). Die Charakterisierung durch diese Merkmale ist nur sehr grob, sie erlauben aber eine erste Einordnung bzw. Abgrenzung von Forschungsprojekten (vgl. Link 2012, S. 102). Der Ansatz des vorgestellten Projekts, im Sinne eines Design-Based-Research-Ansatzes, wird im Folgenden näher dargestellt.

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

## 2. Design-Based-Research-Ansatz im Rahmen des Forschungsprojekts

Zielsetzungen des Projekts sind zum einen die theoriegeleitete Entwicklung substanzieller Lernumgebungen für heterogene Lerngruppen im Mathematikunterricht der Grundschule, zum anderen die genauso bedeutsame (Weiter-)Entwicklung von Theorien bzgl. des Lehrens und Lernens von Mathematik (vgl. hierzu Design Science: Wittmann 1992; Design-Based Research: TDBRC 2003). Diesbzgl. werden Arbeitsprozesse von Grundschulkindern (Klasse 4) bei verschiedenen Lernumgebungen charakterisiert sowie Merkmale von Lernumgebungen zum Umgang mit Heterogenität herausgearbeitet. Abbildung 1 (vgl. TDBRC 2003; Juuti & Lavonen 2006; Prediger et al. 2012) zeigt den iterativen Forschungsprozess.

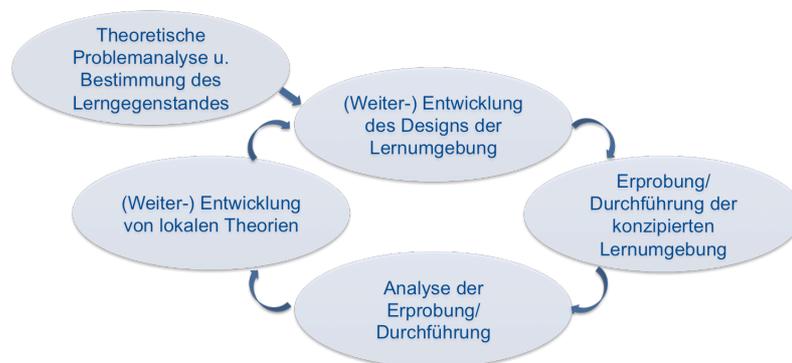


Abbildung 1: Zyklus zur Entwicklung und Erforschung von Lernumgebungen

Die theoretische Problemanalyse greift die Anforderungen des Umgangs mit Heterogenität, insbesondere hinsichtlich unterschiedlicher Leistungsniveaus im Mathematikunterricht der Grundschule mit Blick auf den mathematischen Gegenstand auf. Diesbzgl. bietet die natürliche Differenzierung, realisiert durch substanzielle Lernumgebungen, vielfältige Möglichkeiten (vgl. Krauthausen & Scherer 2014). Daher wurden hermeneutisch erste Anforderungen an Lernumgebungen für heterogene Lerngruppen herausgearbeitet und theoretische Analysen zum Lerngegenstand Pascalsches Dreieck (PD) durchgeführt. Auf dieser Basis wurde die Lernumgebung PD für das Projekt „Mathe-Spürnasen“ an der Universität Duisburg-Essen entwickelt. Die Erprobung der Lernumgebung erfolgte im Rahmen von Experimentiervormittagen in unterrichtsnahen Lernsituationen. Die Lernumgebung wurde über vier Zyklen mit acht vierten Klassen (n=154) durchgeführt und videographiert. Ferner liegen aus den letzten zwei Zyklen ausgewählte Einzelinterviews (n=28) vor, um die Arbeitsprozesse detailliert analysieren zu können. Bzgl. der Analyse der Video- und Schülerdokumente erfolgt die Charakterisierung der Arbeitsprozesse, u. a. durch Identifizieren der verschiedenen Anforderungsbereiche (AB; vgl. KMK 2005). Die letzte Phase umfasst die (Weiter-)Entwicklung lokaler Theorien (Prediger et al. 2012, S. 455), die ggf. an weiteren Lerngegenständen überprüft werden.

### 3. Lernumgebung Pascalsches Dreieck

Die Lernumgebungen im Projekt „Mathe-Spürnasen“ ermöglichen Lernen, Themen unter vielfältigen Perspektiven (Einführung und Vertiefungen) zu erforschen (vgl. Baltes et al. 2014). Die Lernumgebung PD besteht aus Einführung Herleitung des PD und drei Vertiefungen Galtonbrett, Wege in Mannheim und Zahlenmuster (vgl. Weskamp 2015). Die Einführung umfasst die Konstruktion des PD mittels kombinatorischer Aufgabe, wobei aus  $n$  verschiedenfarbigen Murmeln eine bestimmte Anzahl  $k$  gezogen wird (Kombination o. W.; vgl. Kütting & Sauer 2011). Lernende erstellen jeweilige Figurenmengen und bestimmen deren Mächtigkeit. Das Übertragen der Möglichkeiten auf separate Karten und deren Umstrukturierung soll das Begründen der vollständigen Figurenmenge ermöglichen. Durch Notieren der jeweiligen Anzahl in einer Tabelle entsteht das PD, das mittels historischer Abbildung umstrukturiert wird, sodass Lernende die additive Bildungsregel entdecken und das arithmetische Dreieck fortsetzen können.

### 4. Exemplarische Veränderungen im Design-Based-Research-Prozess

Um möglichst das gesamte Spektrum an Bearbeitungsniveaus herauszufordern, wurde die Umsetzung der Lernumgebung hinsichtlich unterschiedlicher Facetten, u. a. hinsichtlich der Arbeitsaufträge, der Lehrerinterventionen oder des Materialeinsatzes, weiterentwickelt. Dabei zeigten sich z. T. komplexe Wirkungsweisen. Im Speziellen wurde bei der Einführung bzgl. des Materialeinsatzes das Arbeitsblatt verändert. Es zeigte sich, dass die Struktur durch Angabe der Anzahl an Murmeln  $n$  und  $k$  zwar notwendig ist, um das PD zu konstruieren, jedoch führte eine Offenheit bzgl. der Darstellung der Figurenelemente zu einem größeren Bearbeitungsspektrum auf verschiedenen Repräsentationsebenen. Bzgl. der Auslotung der fachlichen Substanz konnte das Begründen der vollständigen Figurenmenge (AB III) in Schüleräußerungen zunächst nicht identifiziert werden. Folglich wurde dies durch Weiterentwicklung der Lehrerinterventionen herausgefordert, indem Lernende die Kombinationen auf separate Karten übertragen und die Vollständigkeit begründen sollten (vgl. Höveler 2014). Über Strukturierung durch Elementfixierung (ebd., S. 199 ff.) begründete Jana im Interview:

- J Wenn man jetzt zuerst blau hat, dann haben wir blau orange, blau rot und blau weiß (*legt die Karten „blau/orange“, „blau/rot“, „blau/weiß“ waagerecht in einer Reihe*) genommen, weil das halt die vier Farben waren.
- I Mhm.
- J Und dann waren wir halt mit blau durch. Dann haben wir die weißen, glaub ich, genommen. Ähm, haben wir weiß mit orange genommen (*legt die Karte „weiß/orange“ in zweiter Reihe unter die Karte „blau/orange“*). Ähm, weiß mit rot (*legt die Karte „weiß/rot“ in eine Reihe mit der Karte „weiß/orange“*). Und dann haben wir halt wieder alle durch und dann rot und orange (*legt die Karte*

„rot/orange“ in zweiter Reihe an die Karten mit weißer Murmel).

Die Vollständigkeit wird nicht nur beispielhaft an einer Teilmenge begründet, sondern bereits allgemeiner durch vollständige Strukturierung der gesamten Figurenmenge. Insgesamt zeigen die Analysen ein großes Bearbeitungsspektrum innerhalb eines AB und keine unbedingte Hierarchie der AB (vgl. Weskamp 2015). Perspektivisch sollen verschiedene Aspekte der Bearbeitung noch genauer analysiert sowie Design-Prinzipien für Lernumgebungen formuliert und Folgerungen für deren Einsatz abgeleitet werden.

## Literatur

- Baltes, U., Rütten, C., Scherer, P. & Weskamp, S. (2014). Mathe-Spürnasen – Grundschulklassen experimentieren an der Universität. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (Bd. 1, S. 121-124). Münster: WTM-Verlag.
- Höveler, K. (2014). *Das Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme. Eine Untersuchung zu den Strukturierungs- und Zählstrategien von Drittklässlern*. Zugriff am 03.03.2016. [https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/33604/1/Hoeveler\\_Anzahlbestimmung.pdf](https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/33604/1/Hoeveler_Anzahlbestimmung.pdf)
- Juuti, K. & Lavonen, J. (2006). Design-Based Research in Science Education: One Step Towards Methodology. *Nordic Studies in Science Education*, 2(2), 54-68.
- KMK (Hrsg., 2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich Beschluss vom 15.10.2004*. München: Wolters Kluwer.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Kallmeyer.
- Kütting, M. & Sauer, M. J. (2011). *Elementare Stochastik: Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. Berlin: Springer.
- Link, M. (2012) *Grundschul Kinder beschreiben operative Zahlenmuster. Entwurf, Erprobung und Überarbeitung von Unterrichtsaktivitäten als ein Beispiel für Entwicklungsforschung*. Wiesbaden: Springer.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *MNU* 65(8), 452-457.
- TDBRC – The Design-Based Research Collective (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (2006): Introducing educational design research. In J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Hrsg.), *Educational Design Research* (S. 3-7). London: Routledge.
- Weskamp, S. (2015). Einsatz von substanziellen Lernumgebungen in heterogenen Lerngruppen im Mathematikunterricht der Grundschule. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (Bd. 2, S. 996-999). Münster: WTM-Verlag.
- Wittmann, E. C. (1992). Mathematikdidaktik als „design science“. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13(1), 55-70.
- Wittmann, E. C. (1998). Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. *Beiträge zur Lehrerbildung*, 16(3), 329-342.