

Christine GÜNTHER, Berlin; David PLOOG, Hannover; Bernd WOLLRING, Kassel

## **Der Mathemattikkreis – kompetenzorientiertes Erarbeiten mathematischer Fragen mit drei- bis zehnjährigen Kindern**

Der *Mathemattikkreis* ist ein Instrument zur Lernbegleitung von drei- bis zehnjährigen Kindern. Er betont den Prozesscharakter der Mathematik und unterstützt Fach- und Lehrkräfte dabei, mit Kindern in Dialoge über Mathematik zu treten. Ziel der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ ist es, Materialien zur Weiterentwicklung der Interaktionskompetenzen pädagogischer Fach- und Lehrkräfte für eine qualifizierte Bildungsarbeit mit Kindern auch im mathematischen Bereich zur Verfügung zu stellen. Dazu liefert der Mathemattikkreis Impulse: Er zeigt auf, wie die Pädagoginnen und Pädagogen mit Kindern mathematischen Fragen systematisch nachgehen können. Seine Entwicklung ist von drei Aspekten bestimmt:

- (1) Der Mathemattikkreis soll die Spezifik der Mathematik darstellen und beinhalten, insbesondere die Leitidee „Muster und Strukturen“ und die „prozessbezogenen Kompetenzen“ (Kultusministerkonferenz, 2005).
- (2) Der Mathemattikkreis soll eine Entsprechung des etablierten naturwissenschaftlichen Forschungskreises (Haus der kleinen Forscher, 2013) für die Mathematik darstellen.
- (3) Der Mathemattikkreis soll sich auf den verschiedenen Repräsentationsebenen mathematischen Wissens konkretisieren lassen (Bruner, 1960).

Der Zugang zu mathematischen Inhalten ist von eigenem Handeln und Beobachten der Kinder geprägt. Sie machen beiläufig mathematische Erfahrungen und Entdeckungen in ihrem Alltag, bevor die gezielte mathematische Auseinandersetzung beginnt.

Analog zu dem erprobten naturwissenschaftlichen Forschungskreis der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ kennzeichnen den Mathemattikkreis sechs zyklisch auftretende Phasen des Handelns mit konkreten Materialien und Phasen der Dokumentation und Reflexion.

**Phase 1: Mathematische Fragestellung erfassen.** Das Ziel der ersten Phase ist es, aus den mathematischen Entdeckungen eine konkrete mathematische Frage zu identifizieren. Die Frage begegnet den Kindern im eigenen Handeln, oder die pädagogischen Fach- und Lehrkräfte stoßen sie an. Leitfragen, die sich die Lernbegleitung in dieser Phase stellen kann, sind: Womit beschäftigen sich die Kinder? Was interessiert sie daran? So werden mathematisch gehaltvolle Situationen im Alltag genutzt, um Fragen aufzuwerfen, die für die Kinder bedeutsam sind.

Entscheidend ist, dass diese eigenen Fragestellungen der Kinder offen sind, der Ausgang des Befassens mit der Frage ist ungewiss. Dies entspricht der wissenschaftlichen Praxis. Jeder mathematische Forschungsprozess beginnt mit Fragen, die fast immer auf Vorarbeiten (oft von vielen anderen) aufbauen. Die mathematische Forschungsfrage ist ebenso offen wie die Frage der Kinder. Im Vorhinein ist unbekannt, ob die Frage einfach oder schwer, lösbar oder unlösbar ist. In dieser Phase werden als prozessbezogene Kompetenzen Teilbereiche des Modellierens angesprochen, nämlich das Erkennen mathematisch relevanter Informationen in Sachsituationen.

**Phase 2: Begriffe klären und Bezeichnungen vereinbaren.** Diese Phase setzt ein, sobald die Kinder eine Frage formuliert haben, der sie genauer nachgehen wollen. In der wissenschaftlichen Praxis wird in dieser Phase ein Problem formuliert, das nicht durch einen einfachen Beweis lösbar ist. Oft werden dabei einbezogen: analoge Ergebnisse aus anderen mathematischen Gebieten, der Physik usw., Spezialfälle der Ausgangsfrage und Gegenbeispiele für eine Verallgemeinerung. Ggf. folgt das Zerlegen des Problems in kleinere Teilprobleme.

Die Kinder tragen gegebene Informationen zusammen und berücksichtigen bereits Bekanntes. Ziel dieser Phase ist es, dass sich die Kinder auf gemeinsame Bezeichnungen einigen. Um sie dabei zu unterstützen, sind im Mathematikkreis Fragen zur Lernbegleitung festgehalten: Welche Worte benutzen die Kinder? Verstehen alle das Gleiche darunter? Diese Phase beinhaltet Teilbereiche des Kommunizierens und des Problemlösens (Verstehen der Aufgabe nach Pólya, 1995, 19ff.). Darstellen wird angesprochen, sofern die Kinder und die Lernbegleitung die gegebenen Informationen, Bedingungen und gemeinsamen Bezeichnungen festhalten.

**Phase 3: Beispiele ausprobieren.** Die nun folgende Phase nimmt oft einen sehr großen Teil der Zeit ein. In der mathematischen Praxis werden ständig Beispiele untersucht. Die Anfangsfrage an einem nicht-trivialen Beispiel zu überprüfen, ist nicht nur psychologisch beruhigend, sondern eröffnet auch regelmäßig einen tieferen Einblick in die Struktur des Problems, und damit einen ersten Schritt zur Lösung.

In dieser Phase des Mathematikkreises machen die Kinder analog zur wissenschaftlichen Praxis eigene Erfahrungen zum Gegenstand der Frage. Diese Erfahrungen sind die Grundlage, um Muster zu entdecken. Leitfragen zur Lernbegleitung können in dieser Phase sein: Was möchten die Kinder ausprobieren? Wie können sie dabei vorgehen? Ziel dieser Phase ist es, dass die Kinder systematisch verschiedene Möglichkeiten ausprobieren. Die Kinder verändern Parameter und untersuchen die Wirkung der Veränderung. Außerdem ist es in vielen Fällen sinnvoll, Extremfälle zu testen, z. B. ganz große

oder ganz kleine Größenordnungen. Diese Phase spricht Teilbereiche des Problemlösens an (Extremalprinzip und systematisches Probieren z. B. in Bruder, Collet, 2011).

**Phase 4: Muster erkennen.** Durch Vergleichen und Ordnen der Beispiele ergeben sich oft Möglichkeiten, Regelmäßigkeiten zu erkennen – das Thema dieser Phase. Mathematiker suchen hier einen Beweisansatz, etwa eine geeignete algebraische, geometrische oder kombinatorische Struktur oder sie entwickeln eine konstruktive Lösung (Algorithmus).

Fragen, die sich die pädagogische Fach- und Lehrkraft zur Lernbegleitung stellen kann, sind: Wie können die Kinder ihre Beispiele darstellen? Was fällt ihnen auf? Die Kinder können dabei gegenständliche Muster erkennen, wie das Schachbrettmuster oder auch Handlungsmuster, etwa die Handlungsfolge eines Klatschspiels. Diese Phase fokussiert die prozessbezogenen Kompetenzen des Darstellens (Visualisieren) und des Problemlösens (Heuristik: etwa Suche nach Beziehungen, Umstrukturieren, Symmetrieprinzip ...).

**Phase 5: Muster prüfen und nutzen.** Hier geht es darum, das gefundene Muster auf weitere Beispiele zu übertragen. Lässt sich nur ein Fall finden, in dem das Muster nicht passt, muss es nochmals überdacht werden. Für Mathematiker bedeutet das, einen formalen Beweis aufzuschreiben, etwa dass der Algorithmus funktioniert. Außerdem werden die Ergebnisse auf Beispiele übertragen, auch für die Praxis (bei angewandter Mathematik, oder in der Physik usw.).

Die Kinder können in dieser Phase ihr gefundenes mathematisches Muster auch auf andere, passende Fragestellungen übertragen, es also auf bestimmte Kontexte anwenden. Dieser Schritt ist immer eine Abstraktionsleistung, also äußerst wichtig im pädagogischen Kontext. Deshalb spricht diese Phase wiederum die prozessbezogene Kompetenz des Modellierens (innermathematische Lösung wieder auf Sachsituation übertragen) an. Außerdem bereiten die Kinder eine Argumentation durch die Prüfung des gefundenen Musters vor.

**Phase 6: Ergebnisse erörtern.** Die Resultate mathematischer Forschung werden von der mathematischen Gemeinde eingegliedert. Sie werden ihrerseits Ausgangspunkt für neue Fragen und Arbeiten.

Analog ist es Ziel dieser Phase, dass die Kinder ihre Resultate vorstellen. Wie erklären die Kinder ihr Ergebnis? Wie können sie es darstellen? Sie begründen ihre Antworten und versuchen Darstellungsmöglichkeiten dafür zu finden. Möglicherweise ergeben sich neue Fragen, denen die Kinder nachgehen wollen, und der Mathematikkreis beginnt wieder von vorn. Mit der

sechsten Phase werden insbesondere die prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren, Darstellen und Kommunizieren angesprochen.

**Fazit.** Der Mathematikkreis bildet verschiedene Zieldimensionen mathematischer Bildung im Elementar- und Primarbereich ab (Benz et al. (in Vorbereitung)): Die inhaltsbezogene Kompetenz „Muster und Strukturen“ wird als übergreifende Leitidee verstanden und in ihm verankert. Zudem sind die prozessbezogenen Kompetenzen im Mathematikkreis integriert. Er bedient ferner die Zieldimension der mathematikdidaktischen Kompetenzen, indem er Pädagoginnen und Pädagogen dabei unterstützt, passgenaue Lernumgebungen für ihre Kinder umzusetzen.

Das Vorgehen im Mathematikkreis geht mit der wissenschaftlichen Praxis der mathematischen Forschung einher. Es bezieht die reine und die angewandte Mathematik mit ein. Der Mathematikkreis wird durch Fortbildungen und Materialien der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ in der pädagogischen Praxis implementiert.

## Literatur

- Benz, C., Grüßing, M., Lorenz, J.-H., Selter, C. & Wollring, B. (in Vorbereitung). Zieldimensionen mathematischer Bildung im Elementar- und Primarbereich. In: Stiftung Haus der kleinen Forscher (Hrsg.), *Wissenschaftliche Untersuchungen zur Arbeit der Stiftung Haus der kleinen Forscher*. Schaffhausen: Schubi Lernmedien AG.
- Bruder R., Collet, C. (2011). Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen
- Bruner, J. S. (1980) Der Prozess der Erziehung. 5. Aufl. Berlin: Berlin, Originalausgabe (1960) *The Process of Education*.
- Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2005). Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. [http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf) Aufrufdatum 21.03.2016
- Pólya, G. (1995). Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme, 4. Aufl. Tübingen und Basel: Francke
- Stiftung Haus der kleinen Forscher (Hrsg.) (2013) Der Forschungskreis. [http://www.hausder-kleinen-forscher.de/fileadmin/Redaktion/1\\_Forschen/Paedagogik/Forschungskreis.pdf](http://www.hausder-kleinen-forscher.de/fileadmin/Redaktion/1_Forschen/Paedagogik/Forschungskreis.pdf) Aufrufdatum 22.03.2016