Maria BEYERL, Braunschweig

Empirische Erkundungen zum Umgang mit Wechseln von Lösungsanläufen beim Bearbeiten mathematischer Probleme im Mathematikunterricht der Sek I

Besonders seit der Veröffentlichung der Ergebnisse der TIMS-Studie (1995) und auch der PISA-Studie (2000) ist das Problemlösen stärker in den Fokus mathematikdidaktischer Diskussionen gerückt. Es ließ sich feststellen, dass deutsche Schülerinnen und Schüler gerade in diesem Teilgebiet der Mathematik erhebliche Defizite aufwiesen. Als prozessbezogene Kompetenz ist das Problemlösen inzwischen auch fest in den Bildungsdokumenten verankert (vgl. KMK 2003). Doch wie lassen sich die Forderungen, die hier an den Mathematik-Unterricht gestellt werden, praktisch in Schulen umsetzen? Wie lässt sich denn - ganz konkret - die Problemlösekompetenz fördern? Empirische Untersuchungen der Vergangenheit, zum Beispiel HEINRICH (2004), WALZEBUG (2011) und ROTT (2013), haben herausgestellt, dass unter Anderem das Wechseln von Lösungsansätzen einen wichtigen Aspekt von Problemlöseprozessen darstellt. Allerdings wurde der Umgang mit diesem Aspekt im praktischen Mathematikunterricht bisher wenig bis gar nicht untersucht. Aus diesem Grund hat die Arbeitsgruppe des IDME der TU Braunschweig (F. HEINRICH, M. BEYERL, J. LÜDDECKE, M. OHLENDORF) im Frühjahr 2015 eine Studie in 9. und 10. Klassen an Real- und Gesamtschulen in der Region Braunschweig durchgeführt. Erste Erkenntnisse aus der qualitativen Auswertung dieser Studie werden an späterer Stelle in diesem Beitrag vorgestellt.

Zunächst sollen jedoch die theoretischen Rahmenbedingungen des Aspekts *Wechseln von Lösungsanläufen beim Bearbeiten mathematischer Probleme* erläutert werden. Beim individuellen Problemlösen kann ein Wechsel wie folgt definiert werden.

> „Allgemein gesprochen sei unter der Begrifflichkeit *Wechseln von Lösungsanläufen* ein vom Problemlöser vollzogener Übergang von einem nicht zum Ziel führenden oder geführten Lösungsanlauf L_n zu einem anderen, davon verschiedenen Lösungsanlauf L_{n+1} (mit $n \in N$, $n \geq 1$) verstanden. Dabei kann das Ausmaß an Veränderung, d.h. das Ausmaß, in dem sich L_{n+1} von L_n unterscheidet, unterschiedlich groß ausfallen.“

(HEINRICH, 2004, S.18)

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Der Problemlöser verfolgt also zunächst einen (ersten) Lösungsanlauf L_n, der aus diversen Gründen abgebrochen wird. Auf diesen Abbruch folgt sodann ein weiterer Lösungsanlauf L_{n+1}, welcher je nach Ausmaß der Veränderung innerhalb der gleichen Grundidee vollzogen werden kann, eine gänzlich neue Grundidee aufgreift, oder sich auf eine an früherer Stelle verwendete Grundidee rückbezieht (Abb. 1).

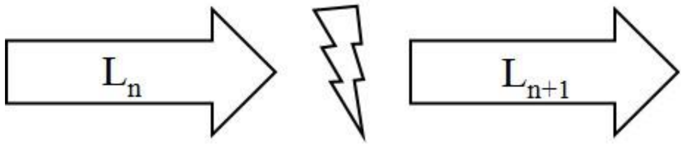

Abb. 1: Wechsel von Lösungsanläufen

Man kann sich an dieser Stelle nun folgende Fragen stellen.

1. *Warum* wird gewechselt?
2. *Was* wird geändert?
3. *Wie* wird das gemacht?

Die zuvor genannten Untersuchungen von HEINRICH, WALZEBUG und ROTT und nicht zuletzt eine frühere Arbeit der Autorin (BEYERL, 2015) haben sich die Beantwortung dieser Fragen teilweise sehr ausführlich, teilweise eher ansatzweise zur Aufgabe gemacht und festgestellt, dass diese schwierigen Stellen einen großen Einfluss auf Problemlöseprozesse und deren Erfolg haben. Der Aspekt *Wechsel* kann also auch ausschlaggebend für die Förderung der Problemlösekompetenz sein, welche für uns Mathematikdidaktiker ja das Fernziel der Problemlöseforschung an sich darstellt. Im Lehr-/Lernkontext geht es in diesem Sinne darum, Handlungsmöglichkeiten zu generieren, um solche schwierigen Stellen bewältigen zu können. Auch in die Bildungsdokumente hat der Umgang mit schwierigen Stellen beim Problemlösen schon Einzug gehalten:

> „Daher müssen im Mathematikunterricht die Bereitschaft und die Fähigkeit schrittweise entwickelt werden […] verschiedene Ansätze auszuprobieren und sich durch Misserfolge nicht entmutigen zu lassen.“
>
> (NKM, 2006, S. 17)

Soweit zu einem ersten theoretischen Framing und den daraus resultierenden Anforderungen an den Mathematikunterricht. Doch welche Beachtung erfahren diese tatsächlich vor Ort in den Schulen? Bisher fanden Untersuchungen zum Problemlösen hauptsächlich auf individueller Ebene statt. Der Fokus lag hierbei auf dem Problemlöser und dessen Vorgehen während er isoliert ein Problem bearbeitete. Probanden solcher Erkundungen kamen vorwiegend aus dem Primar- oder dem Oberstufenbereich. Die Studie unserer

Arbeitsgruppe hat nun bewusst die Rahmenbedingungen hin zu einem didaktischen Bedingungsgefüge, welches in der Breite kaum untersucht wurde, verändert. Gegenstand der Untersuchungen sind Lerngruppen regulären Mathematikunterrichts an Real- und Gesamtschulen des Jahrgangs 9/10 mit ihren gewohnten Lehrpersonen. Der Fokus liegt nun auf eben dieser Lehrperson und ihrem (didaktischen und methodischen) *Umgang* mit dem Aspekt *Wechsel von Lösungsanläufen*.

Als Beispiel dient an dieser Stelle die Mathematikstunde von Herrn K. in einer 10. Realschulklasse. Die zu behandelnde Problemstellung umfasste das Bestimmen der Innenwinkelsumme eines Sternfünfecks. Da die Struktur einer authentischen Unterrichtsstunde sehr komplex sein kann, wurde sie zunächst zur besseren Übersicht in die klassischen Unterrichtsphasen *Hinführung*, *Arbeitsphase* und *Rückschau/Zwischensicherung* unterteilt, da sich diesen Phasen im Problemlöseunterricht in der Regel bestimmte Inhalte zuordnen lassen, wohlwissend, dass sich diese auch überschneiden können.

Die Beispielstunde von Herrn K. beinhaltete eine Hinführungsphase und insgesamt drei Arbeitsphasen, auf welche je eine kurze Zwischensicherung folgte.

H	AP 1	ZS 1	AP 2	ZS 2	AP 3	ZS 3

Abb. 2: Strukturierung Beispielstunde

In AP 1 sollten die Schülerinnen und Schüler erste Ansätze finden, in AP 2 wurde paarweise an verschiedenen Ansätzen gearbeitet und in AP 3 wurde ein bestimmter Ansatz einer Schülerin von der gesamten Lerngruppe paarweise weitergeführt, was anschließend in ZS 3 im Plenum fortgesetzt wurde. Die qualitative Auswertung besteht nun darin, die sichtbaren Lehrer-Schüler-Interaktionen nach (potentiellen) Wechselsituationen zu durchkämmen und den durch ihr Agieren und Reagieren verübten Einfluss der Lehrperson auf diese zu ermitteln, zu codieren und zu kategorisieren. So kann beispielsweise die didaktische Gestaltung der Hinführung die Wahrscheinlichkeit beeinflussen, ob Schülerinnen und Schüler in den Arbeitsphasen Lösungsstrategien eher wechseln oder eher nicht. In Phasen der Rückschau kann die Lehrperson hingegen einen Einfluss auf die Bewusstmachung solcher Wechselstellen nehmen, indem sie diese explizit oder implizit thematisiert. Auf die Arbeitsphasen soll an dieser Stelle etwas näher eingegangen werden. Hier kommt es nämlich zu einer direkten Konfrontation mit den Ausführungen der Schüler. Der *Umgang* (der Lehrkraft) mit dem Parameter *Lösungsanlauf* ist dabei ausschlaggebend für die Beeinflussung einer (potentiellen) Wechselsituation. Verschiedene Reaktionen können verschiedene Effekte auf das Wechselverhalten haben.

L_n wird…	Abbruch von L_n wird…	Wechsel zu L_{n+1} wird…
… falsifiziert	… provoziert	… initiiert
… kritisiert	… bestärkt	… bestärkt
… unterstützt	… gehemmt	… gehemmt
… verifiziert … instruiert	… unterbunden	… unterbunden

Die Lehrkraft kann also mit ihren Aktionen und besonders Reaktionen das Wechselverhalten der Schülerinnen und Schüler massiv beeinflussen. An dieser Stelle sei allerdings noch keine Bewertung abgegeben, wie sinnvoll oder nicht sinnvoll ein z.B. Hemmen oder Initiieren eines Wechsels an einer Stelle war.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass der Aspekt Wechseln von Lösungsanläufen nicht nur beim individuellen, sondern auch beim unterrichtlichen Problemlösen eine große Rolle spielt, der bisher allerdings noch nicht genug Beachtung geschenkt wurde. Die Untersuchungen zeigen, dass die didaktische Gestaltung einer Mathematikstunde und besonders auch das Verhalten der Lehrkraft selbst maßgeblich für das Auftreten/Ausbleiben von Wechseln verantwortlich sind und somit den Verlauf der verschiedenen Problemlöseprozesse stark beeinflussen können. Eine weitere Untersuchungen wird die quantitative Betrachtung der Frage „Wie oft werden Lösungsanläufe verifiziert/falsifiziert bzw. bestärkt/kritisiert?“ sein, sowie die Entwicklung einer Folie, welche den Rahmen eines aus Expertensicht sinnvollen Umgangs mit Wechselsituationen absteckt, um Anregungen für konkrete Maßnahmen zu Verbesserung der Lehre zu entwickeln.

Literatur

Beyerl, Maria (2015): Was tun, wenn man nicht mehr weiß, was zu tun ist? Empirische Erkundungen zum Wechseln von Lösungsanläufen beim Bearbeiten mathematischer Probleme. Hamburg: disserta Verlag.

Heinrich, Frank (2004): Strategische Flexibilität beim Lösen mathematischer Probleme. Theoretische Analysen und empirische Erkundungen über das Wechseln von Lösungsanläufen. Hamburg: Kovač (Schriftenreihe Didaktik in Forschung und Praxis, Bd. 17).

Pólya, George (1980): Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme. 3. Aufl. Bern: A. Francke AG Verlag (Sammlung Dalp, 36).

Rott, Benjamin (2013): Mathematisches Problemlösen. Ergebnisse einer empirischen Studie. Münster: WTM, Verl. für Wiss. Texte und Medien (Ars inveniendi et dejudicandi, Bd. 2).

Walzebug, Conny (2011): Warum bist du dir sicher, dass das alle sind…? - Problemlöseprozesse von Sechstklässlern verstehen und unterstützen. In: Die Grundschulzeitschrift.