

Katja LENGNINK, Gießen

Reflektieren im Mathematikunterricht als Beitrag zur Mathematischen Bildung – Anspruch und Realisierung

Mathematik wirkt in unserer Welt: So ist sie einerseits ein Mittel zur Beschreibung von Welt und ein Werkzeug zum Umgang mit spezifischen Problemen. Andererseits durchdringt sie unseren Alltag systemisch, sie ist so mit unserem Leben und unserer gesellschaftlichen Organisation verbunden, dass sie nicht mehr wegzudenken ist (Fischer, 1988). Letzteres bezeichnet Ole Skovsmose als die „formatting power of mathematics“ (1998, S. 197) und merkt an, dass der Umgang damit entscheidend für mathematische Bildung sei:

Does mathematics education produce critical readers of the formatting? Or does mathematics education prepare a general acceptance of the formatting, independent of the critical nature of the actual formatting? (Skovsmose, 1998, S. 197).

Durch die zunehmenden Daten, die in unserer Gesellschaft zur Steuerung gesellschaftlicher Prozesse und der Bildung einer öffentlichen Meinung erhoben, ausgewertet und veröffentlicht werden, gewinnt die Rolle der Mathematik, der man sich hierzu bedient, eine immer größere Bedeutung. Die Frage, wie eine mathematische Allgemeinbildung aussehen kann, die zu einem mündigen Umgang mit Mathematik in unserer Welt befähigt, ist demnach zwar nicht neu und wurde auch vielfältig in der Folge aufgegriffen, sie hat jedoch keineswegs an Relevanz verloren.

In der bisherigen mathematikdidaktischen Diskussion stellte sich die Denkhaltung des Reflektierens als zentral für eine mathematische Bildung heraus, die über den Erwerb mathematischen Wissens und Könnens hinaus auf Mündigkeit und Urteilsfähigkeit im Umgang mit Mathematik fokussiert (Fischer, 2001). Es wurde diskutiert, worauf sich die Reflexionen beziehen sollten, um im oben genannten Sinne bildend zu sein (Lengnink, 2005), es wurden Anlässe zum Reflektieren und unterrichtspraktische Konzepte erarbeitet (u.a. Peschek, Prediger & Schneider, 2008; Schmitt, 2016). In den heutigen Schulbüchern finden sich allerdings kaum Realisierungen zum Reflektieren im Mathematikunterricht und in den Bildungsstandards wird es ausschließlich dem Anforderungsbereich III zugeschrieben.

Festzuhalten ist, dass bisher kaum untersucht wurde, was Schülerinnen und Schüler tun, wenn sie mit reflexionsorientierten Aufgaben konfrontiert werden. Eine Ausnahme bilden metakognitive Aufgaben (Sjuts, 2003), die hilfreich sind, um über das eigene mathematische Denken und individuelle Vorstellungen beim Lernen nachzudenken, die aber in Hinblick auf die hier fokussierte Ebene der Bildung zur mathematischen Mündigkeit nicht weiter

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

betrachtet werden sollen. Eine systematische Untersuchung zum Einsatz reflexionsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht der Mittelstufe liegt m.E. bisher nicht vor. Zudem weist die Verortung in den Bildungsstandards darauf hin, dass der Aufbau von Reflexionskompetenzen keine einfache Angelegenheit ist. Wie ein solcher Kompetenzerwerb gestaltet und begleitet werden kann, stellt demnach ein Forschungsdesiderat dar.

Eine Pilotstudie zum Reflektieren

In der LernWerkstatt Mathematik der JLU Gießen wurde daher im Jahr 2015 gemeinsam mit Lena Eckhardt eine explorative Studie zum Entwickeln einer Sprache zur Beschreibung von Schülerhandlungen und Reflexionstiefen durchgeführt, an der 20 Schülerinnen und Schüler einer 11. Jahrgangsstufe (E-Phase) für 90 min teilnahmen. Sie wurden mit einem stummen Impuls zur Wirkung von Diagrammen auf das Thema eingestimmt. Danach fand eine Gruppenarbeit in Kleingruppen von je 4-5 Personen an Reflexionsanlässen zur Mathematik statt. Die Schülerinnen und Schüler präsentierten ihre Ergebnisse und schlossen die Lerneinheit mit dem Schreiben eines erdachten Dialogs (Wille, 2013) ab. Die Bearbeitungsprozesse wurden videografiert und die Arbeitsprodukte gescannt.

Die für die Studie herangezogenen Reflexionsanlässe sind der Literatur entnommen und für die Studie angepasst worden. Um fachliche Schwierigkeiten zu vermeiden, wurden Anlässe ausgewählt, die ausschließlich mit mathematischen Kenntnissen aus der Sekundarstufe I gelöst werden können. Folgende Forschungsfragen standen dabei im Vordergrund:

1. Was tun die Lernenden mit Reflexionsaufträgen? Welche Reflexionsebenen nehmen sie ein? Welche Reflexionstiefe erreichen sie?
2. Welche mathematischen Erkenntnisse gewinnen sie dabei? Welche mathematischen Probleme zeigen sich in den Bearbeitungsprozessen?
3. Welche Verläufe nehmen die Reflexionsprozesse?

Einblick in die Daten und erste Auswertungsansätze

Im Folgenden sollen erste Einblicke in den ersten und dritten Fragekomplex gegeben werden. Dafür werden die von Skovsmose (1998) vorgeschlagenen Reflexionsebenen (Übersetzung nach Peschek et al., 2008, S. 4f.) vorgestellt:

Mathematisch orientierte Reflexion (Nachdenken über mathematische Inhalte, Gegenstände und Denkweisen)

Modellorientierte Reflexion (Fragen nach Bedeutung, Qualität und Grenzen mathematischer Modellierungen)

Kontextorientierte Reflexion (Nachdenken über die Funktion des konkreten Einsatzes von Mathematik in der gesellschaftlichen Realität und die damit verfolgten Interessen und Zwecke)

Lebensweltorientierte Reflexion (Fragen nach der individuellen Bedeutung des mathematischen Gegenstandes für das Leben, die Gesellschaft)

Die folgende Analyse bezieht sich auf eine Graphik aus der ZEIT (vgl. auch KMK, 2003), mit reflexionsorientierten Aufträgen an die Lernenden.

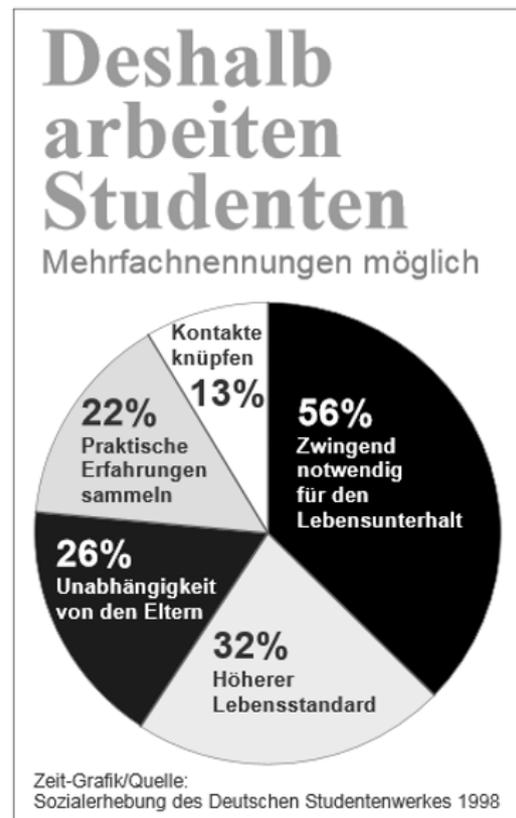
Die rechts abgebildete Grafik war einem Zeitungsartikel vom 15.07.1999 der Zeitschrift DIE ZEIT über eine Umfrage unter Studenten beigelegt. Das Diagramm zeigt die Ergebnisse zur Frage „Warum arbeiten Studenten?“. Mehrfachnennungen waren möglich.

Daniel sagt: „Den Studierenden scheint es doch gar nicht so schlecht zu gehen, denn nur ungefähr ein Drittel muss ‚zwingend notwendig für den Lebensunterhalt‘ arbeiten.“

Emma entgegnet: „Das stimmt doch gar nicht!“

Aufgaben

- Wie kommen Daniel und Emma jeweils zu ihren Meinungen?
- Erläutern Sie, wie der Autor der ZEIT bei der Erstellung des Diagramms vermutlich vorgegangen ist.
- Geben Sie eine graphische Darstellung der Befragungsergebnisse an, die die Meinungsverschiedenheit vermeidet.



vgl. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss 2003

Bei der Analyse der Bearbeitungsprozesse stellt sich heraus, dass sowohl die individuellen Zugänge als auch die Verläufe der Gruppendiskussionen unterschiedlich sind. So formuliert die Schülerin A1 aus Gruppe A einen direkten Bezug zum Thema, da sie auch selbst bereits arbeitet: „Ah ja, das Leben kost Geld“. Sie kommt im weiteren Verlauf mehrfach auf die Motive für die Arbeit zurück: „Weil die müssen nicht arbeiten gehen. Vielleicht, weil aber sie wollen weil se‘ unabhängig von den Eltern sein wollen.“ Dort bleibt sie mit ihrer Reflexion stehen. Die anderen Mitglieder ihrer Kleingruppe hingegen arbeiten an der Beobachtung „Mehrfachnennungen möglich“ heraus, dass im Diagramm mehr als 100% abgetragen sind. Sie stellen fest, dass sich Daniel im Aufgabenteil a) an den Anteil im Kreisdiagramm hält, während

Emma die Prozentzahl der Nennungen beachtet. Sie reflektieren demnach mathematisch orientiert. In Gruppe B nimmt die Diskussion einen anderen Verlauf, insofern zügig auf das Problem der Mehrfachnennungen und die Nicht-Passung des Kreisdiagramms durch Schülerin B1 eingegangen wird: „Also bei der b) hat er dann wahrscheinlich einfach jedes Kreuz zusammengezählt und nicht jede Person, sondern jedes Kreuz, war dann ein Prozent.“ Darüber hinaus lässt sich bei Aufgabenteil b) auch eine kontextorientierte Reflexion feststellen. So merkt Schülerin B2 an: „Und ich denk mal deswegen hat der Autor das bestimmt auch so gemacht, oder, mit diesem Kuchendiagramm. Damit's einfach irgendwie so drastischer wirkt... Oder vielleicht nicht so drastisch.“ Insbesondere im Aufgabenteil c), der eigentlich eher operativ ausgerichtet ist, reflektieren die Schülerinnen und Schüler zudem modellorientiert.

Neben den oben aufgeführten Forschungsfragen ergeben sich aus der Pilotierung Fragen für weitere Untersuchungen: Inwiefern behindern oder begünstigen die außermathematischen Kontexte die Zugänge zur Reflexion? Welche (fach-)sprachlichen Anforderungen sind mit reflexionsorientierten Aufgaben verbunden und welche Rolle spielt mathematisches Grundwissen?

Literatur

- Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung. In A. Fischer et al. (Hrsg.), *Situation – Ursprung der Bildung. Franz-Fischer-Jahrbuch 2001* (S. 151–161). Leipzig: Universitätsverlag.
- Fischer, R. (1988). Mittel und System – Zur sozialen Relevanz der Mathematik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 88 (1), 20–28.
- KMK (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Verfügbar unter http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf. [02.04.2016].
- Lengnink, K. (2005). Mathematik reflektieren und beurteilen: Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen* (S. 21–36). Mühlthal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.
- Peschek, W., Prediger, S. & Schneider, E. (2008). Reflektieren und Reflexionswissen im Mathematikunterricht. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 50 (20), 1–6.
- Schmitt, O. (2016). *Reflexionswissen zur linearen Algebra in der Sekundarstufe II*. Unveröffentlichte Dissertation, Technische Universität Darmstadt.
- Sjuts, J. (2003). Metakognition per didaktisch sozialem Vertrag. *Journal für Mathematikdidaktik*, 24 (1), 18–40.
- Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy. Citizenship, Mathematical Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 98 (6), 195–203.
- Wille, A. (2013). Mathematik beim Schreiben denken – Auseinandersetzung mit Mathematik in Form von selbst erdachten Dialogen (S. 239–254). In M. Rathgeb et al. (Hrsg.), *Mathematik im Prozess*. Wiesbaden: Springer Spektrum.