

Florian SCHACHT, Essen

## **Sprache im Mathematikunterricht mit digitalen Werkzeugen am Beispiel von Konstruktionsbeschreibungen**

Konstruktionen und Konstruktionsbeschreibungen sind zentrale Gegenstände des Geometrieunterrichts. Konstruktionsbeschreibungen dienen dabei unterschiedlichen Zwecken, die insbesondere für den Unterricht von großer Relevanz sind: Sie bieten im Geometrieunterricht vielfältige Reflexionsanlässe, nicht nur hinsichtlich der zu konstruierenden mathematischen Objekte, sondern auch aus sprachlicher Sicht (vgl. etwa Rezat et al. 2015). Wenn im Unterricht digitale Werkzeuge genutzt werden, lassen sich Veränderungen beobachten, hier genauer empirisch untersucht werden.

Konstruktionsbeschreibungen erfüllen im unterrichtlichen Alltag in der Regel den Zweck, die jeweiligen Konstruktionsschritte nachvollziehbar zu beschreiben, wenngleich sie eigentlich aus mathematischer Sicht Existenzbeweise der zu konstruierenden Objekte sind (vgl. Rezat et al. 2015). Im Unterricht entwickelt sich das sprachliche Niveau zunehmend im Spannungsfeld von Umgangs- und Fachsprache. Hierin können demnach wesentliche Potentiale von Konstruktionsbeschreibungen gesehen werden (vgl. Weigand et al. 2014, S. 66-67).

Gegenstand des vorliegenden Beitrags ist eine Untersuchung zu sprachlichen Veränderungen von Konstruktionsbeschreibungen, die sich ergeben, wenn Schülerinnen und Schüler digitale Werkzeuge nutzen. So weist etwa Hölzl (1996) im Zusammenhang mit geometrischen Arbeiten darauf hin, dass die genutzte Sprache der Schüler die Arbeit mit dem Zugmodus bei *Cabri* spiegelt: „Pupils' language of mathematical experience in Cabri reflects the dynamics of the drag-mode. Situated descriptions, abstractions or theorems tend to be expressed with active verbs, in particular ones of movement.“ (Hölzl 1996, S. 183) Auch Kaur (2015) beobachtet bereits bei Kindern im Alter von 7-8 Jahren Veränderungen in Begründungsformen, die durch dynamische und temporale Eigenschaften des DGS hervorgerufen werden: Students „reason in terms of motion when comparing different types of triangles, which was clearly initiated by the dynamic and temporal elements of DGE“ (Kaur 2015, S. 418). Schließlich weisen Sinclair & Yurita (2008) darauf hin, inwiefern sich im Mathematikunterricht durch die Nutzung von DGS generell neue Diskursformen herausbilden können: „In terms of vocabulary, named shapes were discussed as if they were a multitude of objects, changing over time, rather than as a single object, and being available to human agency.“ (Sinclair & Yurita 2008, S. 24)

Während die hier dargestellten Studien zwar weitgehend detaillierte sprachliche Prozesse analysieren, zeigt sich bei genauerer Betrachtung, dass der Fokus dabei hauptsächlich auf der sprachlichen Referenz zur Mathematik selbst liegt. Die in dieser Studie vorgelegten Beispiele weisen im Gegensatz dazu darauf hin, dass sich die Sprache von Schülerinnen und Schülern darüber hinaus in dem Sinne verändert, dass sie ebenfalls auf das Werkzeug verweist. Insofern besteht einer der wesentlichen Forschungsbedarfe, denen die zugrunde liegende Studie Rechnung trägt, darin, sprachliche Veränderungsprozesse im Spannungsfeld von Fachsprache und werkzeugbezogener Sprache zu untersuchen. Demgemäß liegen der vorliegenden Studie die folgenden Forschungsfragen zugrunde: Welche sprachlichen Phänomene zeigen sich bei der Arbeit mit DGS unter besonderer Berücksichtigung von Konstruktionsbeschreibungen hinsichtlich...

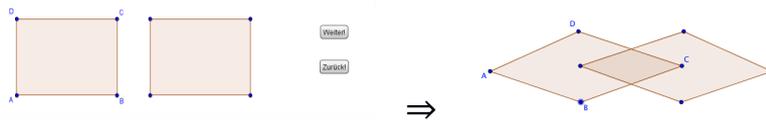
1. der Beschreibung von Objekten und Handlungen?
2. der Verweise auf die Mathematik und auf das Werkzeug?

### **Design der Studie**

Zur Bearbeitung der Forschungsfrage wurden klinische Einzel- und Partnerinterviews (N=20) durchgeführt. Alle Schülerinnen und Schüler haben mit GeoGebra gearbeitet. Die Daten wurden qualitativ ausgewertet, indem eine induktive Kategorienbildung mittels eines offenen Codierungsverfahrens (Strauss et al. 1990) vorgenommen wurde. Dazu wurden auch empirisch entwickelte Kategorien zur Beschreibung von Sprache genutzt, die im Rahmen entsprechender Vorarbeiten zur Sprachprozessen bei der Arbeit mit CAS entwickelt wurden (Schacht 2015a).

Exemplarisch seien im folgenden zwei ausgewählte Aufgaben der Studie genauer vorgestellt, die bei der Diskussion der Ergebnisse relevant sind. Zunächst wurde den Schülerinnen und Schülern die Abbildung einer ebenen Figur mit folgenden Arbeitsaufträgen vorgelegt. Daraufhin haben die Lernenden an folgenden Aufträgen gearbeitet: (1) der Konstruktion mit Zirkel und Lineal und erstellen einer Konstruktionsbeschreibung (Einzelarbeit), (2) der Konstruktion mit DGS und erstellen einer Konstruktionsbeschreibung (Partnerarbeit) sowie (3) dem Vergleich der Konstruktionsbeschreibungen mit Zirkel und Lineal und mit DGS.

Im Rahmen einer zweiten Aufgabe (vgl. R. Schmidt in Heintz et al. i.V.) haben die Schülerinnen und Schüler anhand einer vorgefertigten Datei Eigenschaften von Achsensymmetrien erkundet. Dabei sind zunächst zwei Vierecke zu sehen, wobei sich nur eines der beiden Vierecke verändern lässt. Weil das zweite Viereck aus dem ersten durch eine Achsenspiegelung hervorgeht, ändert sich das zweite Viereck entsprechend mit.



**Abb. 1:** Eigenschaften von Achsensymmetrien erkunden (Idee: Reinhard Schmidt in Heintz et al. i.V.).

Die Schülerinnen und Schüler haben dann in Partner- und Einzelarbeit an den unterschiedlichen Arbeitsaufträgen gearbeitet, wie etwa der explorativen Untersuchung der Vierecke und der Konstruktion einer geometrischen Figur sowie dem Verfassen einer Konstruktionsbeschreibung.

Die beiden Aufgaben begeben somit unterschiedlichen Anforderungen und Funktionen von Konstruktionsbeschreibungen. Während die erste Aufgabe insbesondere auf Veränderungsprozesse von der Arbeit mit Zirkel und Lineal hin zur Arbeit mit DGS fokussiert, steht bei der zweiten Aufgabe die Verstehbarkeit im Mittelpunkt.

## Ergebnisse

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung verweisen einerseits auf unterschiedliche Varianten der Verweise auf die Benutzeroberfläche der DGS.

Die folgenden Beispiele aus Konstruktionsbeschreibungen verdeutlicht die sprachliche Vielfalt von Verweisen auf die Benutzeroberfläche des DGS.

|   | Schülerbeispiel   | Benutzeroberfläche   |
|---|---|--|
| a | Vieleck auswählen   |  Vieleck                          |
| b | Öffnen auf das Feld „Kreis mit Mittelpunkt und Radius“ klicken                      |  Kreis mit Mittelpunkt und Radius |
| c | Öffnen dieses <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">AA</span> Symbol |  ABC                              |

**Abb. 2a-c:** Verweise auf die Benutzeroberfläche des DGS in Konstruktionsbeschreibungen (Beispiele aus Wesselbaum (2015) und Hagemann (2015))

Dabei fällt einerseits auf, dass die Schülerinnen und Schüler auf gewisse Objekte der Benutzeroberfläche verweisen und diese auch explizit benennen, etwa „Vieleck“ (Abb. 2a), „Feld „Kreis mit Mittelpunkt und Radius““ (Abb. 2b) sowie „AA Symbol“ (Abb. 2c). Dies ist für sich schon ein interessanter Befund, verdeutlicht er doch, dass die Schülerinnen und Schüler den Konstruktionsbeschreibungen eine sehr naheliegende Funktion zuweisen: So soll die Leserin bzw. der Leser eine genaue Protokollierung über die einzelnen Bedienungsschritte erhalten. Daneben verweisen die drei Beispiele auf unterschiedliche Kategorien der sprachlichen Gestaltung der Benutzeroberfläche (vgl. Hagemann 2015). So dokumentiert der Schüler in Abb. 2a den Verweis auf die Funktion (bzw. Feld / Taste) „Vieleck“, d.h. auf ein Feld mit *konkreten (mathematischen) Begriffen*. Demgegenüber verweist das die Funktion (bzw. Feld / Taste) „Kreis mit Mittelpunkt und

Radius“ (Abb. 2b) auf einen *mathematischen Begriff und Konstruktionshinweise*. Schließlich verweist der Schüler in Abb. 2c auf eine Funktion (bzw. Feld / Taste) mit *nicht-mathematischen Begriffen*. Es wird deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler Elemente der Benutzeroberfläche mit ganz unterschiedlichen semantischen Gehalten und mit vielfältigen Verweisen auf mathematische und nicht-mathematische Objekte und Handlungen in die Konstruktionsbeschreibungen integrieren. Dabei wird aber auch deutlich, dass selbst mathematische Begriffe z.T. nur als bloße Bezeichner von Feldern bzw. Tasten der Benutzeroberfläche in die Sprache integriert werden (Abb. 2b) ohne begriffliche Bezüge zu weiteren mathematischen Begriffen.

Darüberhinaus konnten sprachliche Elemente identifiziert werden, die werkzeugbezogene Funktionalitäten beschreiben (*Vieleck auswählen*), bei denen werkzeugbezogene und mathematikspezifische Referenzen miteinander verknüpft werden, die an dieser Stelle aber nicht weiter dokumentiert werden. Die empirischen Beispiele verweisen dabei auf die Notwendigkeit einer hohen sprachlichen Sensibilität gerade im Fachunterricht mit digitalen Werkzeugen.

## Literatur

- Hagemann, Marie (2015): *Ein empirisches Projekt zu sprachlichen Phänomenen bei geometrischen Erkundungen mit GeoGebra im Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 7*. Unveröffentlichte Abschlussarbeit. TU Dortmund.
- Heintz, G.; Elschenbroich, H.-J.; Laakmann, H.; Langlotz, H.; Poethke, M.; Rüsing, M.; Schacht, F.; Schmidt, R.; Schmidt, U.; Tietz, C. (in Vorbereitung). *Digitale Werkzeugkompetenzen von Klasse 5 bis zum Abitur*. (Erscheint bei Seeberger, Neuss)
- Hölzl, R. (1996). How does ‘dragging’ affect the learning of geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(2), 169–187.
- Kaur, H. (2015). Two aspects of young children’s thinking about different types of dynamic triangles: prototypicality and inclusion. *ZDM*, 47(3), 407–420. <http://doi.org/10.1007/s11858-014-0658-z>.
- Rezat, S., Rezat, S., & Janzen, S. (2015): *Sprachsensibler Umgang mit Textmustern im Mathematikunterricht am Beispiel von Konstruktionsbeschreibungen*. BzMU 2015.
- Sinclair, N., & Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135–150.
- Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B. & Wittmann, G. (Hrsg.). (2014). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (2., verb. Aufl). Berlin: Springer Spektrum.
- Wesselbaum, A. (2015). *Eine empirische Erhebung in einer 7. Klasse eines Gymnasiums zur Nutzung von werkzeugbezogener Fachsprache bei geometrischen Erkundungen mit GeoGebra*. Unveröffentlichte Abschlussarbeit. TU Dortmund.