

Anke LINDMEIER, Aiso HEINZE, IPN Kiel

Strategien bei der Anzahlerfassung in strukturierten Zahldarstellungen – eine vergleichende Eye-Tracking Studie

Im Mathematikunterricht werden Arbeitsmittel genutzt, um mentale Modelle zu abstrakten mathematischen Begriffen zu entwickeln, so dass mathematische Probleme schnell, flexibel und effektiv gelöst werden können. Die berichtete Studie nutzt Eye-Tracking Methoden, um Strategien bei der Bearbeitung von Anzahlerkennungsaufgaben in verschiedenen Darstellungen zugänglich zu machen.

Nutzung strukturierter Zahldarstellungen beim Zahlerwerb

Während der Phase des Zahlerwerbs werden strukturierte Zahldarstellungen genutzt, um die natürlichen Zahlen und deren Struktur zugänglich zu machen. Sie bestehen zum einen aus Zählobjekten, mit deren Hilfe konkrete Anzahlen abstrakt repräsentiert werden können. Darüberhinaus werden spezielle Arbeitsmittel wie der 20er Rahmen oder das 10er Feld empfohlen, wobei hier Begründungen auf Basis psychologischer Erkenntnisse fachliche und fachdidaktische ergänzen (z.B. Benz, 2014). Die Präferenz für eine 10er Strukturierung fußt z.B. auf der Verwendung des Dezimalsystems als kulturabhängiges System der Darstellung natürlicher Zahlen, eine fachliche Begründung. Die weitere Strukturierung in 5ern lässt sich durch die generische Fähigkeit, eine kleine Anzahl von Dingen ohne Zählen zu erfassen rechtfertigen (subitizing, Mandler & Shebo, 1982). Diese Fähigkeit kann durch gelernte Strukturierungen zum sogenannten conceptual subitizing (z.B. Clements, 1999) ausgebaut werden, so dass die Strukturierung der Arbeitsmittel die Anwendung dieser Fähigkeiten ermöglicht. In diesem Sinne kann eine Strategie zur schnellen Anzahlerfassung (z.B. von fünf Objekten), die auf conceptual subitizing statt auf einem vollständigen Zählprozess basiert als komplexe Strategie bezeichnet werden. Sie ist zudem als schneller und weniger fehleranfällig einzustufen als die universelle Zählstrategie (zsf. s.a. Obersteiner et al., 2014).

Forschungsfragen

Der umfassenden theoretischen Begründung für strukturierte Arbeitsmittel stehen wenige Nachweise gegenüber, dass Lernende diese Arbeitsmittel wie beschrieben nutzen (s. aber Obersteiner et al., 2014). Zudem ist unklar, ob verschiedene aber strukturell äquivalente Arbeitsmittel spezifische Vor- oder Nachteile für den Erwerb mentaler Modelle haben. Es gibt Hinweise darauf, dass der Transfer zwischen unterschiedlichen strukturell äquivalenten Arbeitsmitteln nicht automatisch angenommen werden kann (z.B. Ra-Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

datz, 1991). Empirische Belege aus vergleichenden Untersuchungen sind aber rar. Es ist zudem eine offene Frage, ob Methoden wie Eye-Tracking und Reaktionszeitexperiment, die in der Kognitionspsychologie für ähnlichen Fragestellungen genutzt werden, hier angewendet werden können.

Anlage der Studie und Forschungsfragen

In dieser Studie sollte entsprechend untersucht, ob mit Hilfe von Eye-Tracking verschiedene Strategien bei der Lösung von Aufgaben an strukturierten Darstellungen (10er Feld, Fingerbilder, 20er Feld, 20er Rahmen) sichtbar gemacht werden können. Dazu wurden Aufgabenreihen zu einem basalen Aufgabentyp (Anzahlerkennung) entwickelt, die bei theoriekonformer Nutzung der Arbeitsmittel für Gruppen mit unterschiedlicher Expertise zu charakteristischen Mustern bezüglich der Blickbewegungen und des Lösungsverhalten (Geschwindigkeit und Korrektheit) führen sollten. Bei der Konzeption der Eye-Tracking Studie wurden entsprechend weitere kognitionspsychologische Theorien über das Verhältnis von objektiv messbaren Verhaltensdaten (Blickbewegung, Geschwindigkeit, Korrektheit, zsf. Funke, 1996) zu kognitiven Prozessen genutzt. Insgesamt leiten sich die folgenden Forschungsfragen ab:

1. Können mit Hilfe von Eye-Tracking bekannte Strategien bei der Anzahlerkennung in strukturierten Zahldarstellungen identifiziert werden?
2. Können Erwachsene mit starkem mathematischen Hintergrund die zugrundeliegenden Strukturen besser nutzen als Lernende der ersten Jahrgangsstufe? Insbesondere: Lösen die Erwachsenen Anzahlerkennungsaufgaben schneller, mit einer höheren Lösungsrate und nutzen sie stärker strukturbasierte Strategien?
3. Zeigen sich Unterschiede in der Strategienutzung bei Vergleich zwischen strukturell ähnlichen Darstellungen?

Stichprobe und Instrumente

Insgesamt nahmen 9 Kinder (2 Mädchen) der ersten Jahrgangsstufe im Alter von $M = 6;9$ ($SD = 0;5$) Jahre;Monate und 11 MINT-Studierende (5 Frauen; Alter $M = 25;0$, $SD=1;1$) an der Studie teil. Insgesamt wurden zwei Aufgabensets entwickelt, wobei die acht Aufgaben des Sets A aus dem Zahlenraum bis 10, die acht Aufgaben aus dem bis 20 (Set B) waren und je in zwei Bedingungen vorgelegt wurden. Die Aufgaben aus Set A wurden als Fingerbilder (Bedingung a) sowie im 10er Feld (Bedingung f), die aus Set B im 20er Rahmen (Bedingung a) sowie im 20er-Feld (Bedingung f) repräsentiert (vgl. Tab. 1). Neben Darstellungen im Standardformat

(Auffüllen von Zeilen, vgl. Tab. 1 Beispiel Set A) wurden auch andere Formate genutzt (z.B. Doppelstrukturen, vgl. Tab. 1 Beispiel Set B).

	<i>Bedingung a</i>	<i>Bedingung f</i>
<i>Set A</i> (8 Aufgaben)		
<i>Set B</i> (8 Aufgaben)		

Tab. 1: Genutzte strukturierte Zahldarstellungen in den vier Aufgabensets der Studie

Die Aufgaben wurden am Computer in einer Kombination aus Eyetracking mit Reaktionszeitexperiment bearbeitet. Alle Studienteilnehmenden bearbeiteten die Aufgaben in allen vier Bedingungen. Dazu wurde eine Darstellung gezeigt und die Teilnehmenden mussten eine Taste drücken sobald sie die Anzahl erkannt hatten (Erkennungsphase). Im Anschluss wurde eine Zahl vorgeschlagen und sie mussten per Tastendruck entscheiden, ob die vorgeschlagene Zahl der repräsentierten Anzahl entspricht. Blickbewegungen sowie Bearbeitungszeiten wurden dabei vollständig aufgezeichnet.

<i>Strategisches Element</i>	<i>Ankerbeispiel</i>
Nutzung der 5	z.B. Erkennung von ●●●● ●○○○ Fokus auf Position 5 / Sakkade zur Pos. 6
Nutzung der 10	z.B. Erkennung von 9 ●●●● ●○○○ Fokus auf Pos. 10 / Sakkade zur Pos. 9
Nutzung von Doppelstrukturen	z.B. Erkennung von ●●○○ ○●●● Fokus auf Pos. 3 / Sakkade zur Pos. 10 / Sakkade zur Pos. 1 / Sakkade zur Pos. 8
Kombination der oben genannten strategischen Elemente kann zusätzlich Elemente des Subitizing enthalten (bis zur Anzahl von 3)	

Tab. 2: Ausschnitt aus Kodiermanual, Gruppe 4: "rein strukturbasierte Strategien"

Um aus den Rohdaten auf genutzte Strategien schließen zu können, wurde auf Basis einer Literaturrecherche ein Kodierschema entwickelt, das Blickbewegungspfadmuster (scanpaths), bestehend aus Fixationen und Sakkaden als schnellen Übergangsbewegungen (vgl. Holmqvist et al., 2011), Strategien zuordnet. Dazu wurden 4 Gruppen von Strategien unterschieden: Zwei Gruppen werden dabei als nicht-strukturbasiert charakterisiert (Gruppe 1: Zählstrategien, Gruppe 2: Subitizing bis zur Anzahl von 3), zwei weitere Gruppen von Strategien nutzen hingegen Strukturen (Gruppe 3: strukturbasierte Strategien kombiniert mit Zählstrategien, Gruppe 4: rein strukturbasierte Strategien, vgl. Auszug aus dem Kodiermanual in Tab. 2).

Ergebnisse

Insgesamt konnten in 80% der Fälle (von maximal 32 Aufgaben x 20 Probanden) Nutzungsstrategien identifiziert werden. Die Erwachsenen zeigten im Vergleich zu den Kindern der ersten Jahrgangsstufe komplexere Strategien und lösten die Aufgaben schneller (χ^2 - bzw. t-Test mit $p < 0,001$). Für die eher basale Aufgabe der Anzahlerkennung war die elaboriertere Nutzung nicht in unterschiedlichen Lösungsraten zu erkennen (Deckeneffekt, t-Test $p < 0,5$). In einer explorativen Analyse zeigten sich unterschiedliche Nutzungsstrategien zwischen verschiedenen aber strukturgleichen Arbeitsmitteln, so dass beispielsweise weniger komplexe Strategien bei Fingerbildern als beim Zehner-Feld sichtbar wurden.

Zusammenfassend zeigten sich also theoriekonforme Ergebnisse in Bezug auf das Nutzungsverhalten der kontrastierten Gruppen, was das weitere Potenzial dieses Forschungszugriffs erkennbar macht. Zudem gibt es Hinweise darauf, dass durch die vergleichende Betrachtung von strukturell äquivalenten aber in Bezug auf andere Merkmale unterschiedlichen Arbeitsmitteln durch die genutzten Methoden Hinweise auf eine unterschiedliche Wirkung der Arbeitsmittel gewonnen werden können. Dies kann zu einer differenzierten Bewertung weiterer Merkmale führen, die unter einem mathematikdidaktischen Blickwinkel zunächst vielleicht weniger wichtig erscheinen.

Literatur

- Benz, C. (2014). Identifying quantities – Children's constructions to compose collections from parts or decompose collections into parts. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Hrsg.). *Early Mathematics Learning* (S. 189-203). Springer: New York.
- Clements, D. H. (1999). Subitizing: what is it? Why teach it? *Teaching Children Mathematics*, 5, 400–405.
- Funke, J. (1996). Methoden der Kognitiven Psychologie. In E. Erdfelder, R. Mausfeld, T. Meiser, & G. Rudinger (Hrsg.), *Handbuch Quantitative Methoden* (S. 515-528). Beltz PVU: Weinheim.
- Holmqvist, K., Nyström, M., Andersson, R., Dewhurst, R., Jarodzka, H., & Van de Weijer, J. (2011). *Eye tracking: A comprehensive guide to methods and measures*. Oxford University Press.
- Johnson-Laird, P. (1983). *Mental models*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1.
- Obersteiner, A., Reiss, K., Ufer, S., Luwel, K., & Verschaffel, L. (2014). Do first graders make efficient use of external number representations? The case of the twenty-frame. *Cognition and Instruction*, 32, 353–373.
- Radatz, H. (1991). Einige Beobachtungen bei rechenschwachen Grundschulern. In J.-H. Lorenz (Hrsg.) *Störungen beim Mathematiklernen* (S. 74-89). Köln: Aulis